

Таблица интегралов.

$\int 0 dx = C$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctg } x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \text{arctg } \frac{x}{a} + C$
$\int 1 dx = \int dx = x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 nx} = -\frac{1}{n} \cdot \text{ctg } nx + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + n^2 x^2} = \frac{1}{an} \cdot \text{arctg } \frac{nx}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int a^{nx} dx = \frac{1}{n} \cdot \frac{a^{nx}}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg } x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm l}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm l} + C$
$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 nx} = \frac{1}{n} \cdot \text{tg } nx + C$	$\int \text{tg } x dx = -\ln \cos x + C$
$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$	$\int e^{nx} dx = \frac{1}{n} \cdot e^{nx} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$	$\int \text{ctg } x dx = \ln \sin x + C$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left \text{tg } \frac{x}{2}\right + C$
$\int \frac{dx}{x^3} = -\frac{1}{2x^2} + C$	$\int \sin nxdx = -\frac{1}{n} \cdot \cos nx + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - n^2 x^2}} = \frac{1}{n} \cdot \arcsin \frac{nx}{a} + C$	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left \text{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{p}{4}\right)\right + C$
$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \text{arctg } x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left \frac{x-a}{x+a}\right + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	$\int \cos nxdx = \frac{1}{n} \sin nx + C$		

Общие формулы дифференцирования

$c' = 0$ (c – число)	$(uv)' = u'v + uv'$	$y = y(u), u = u(x), y'_x = y'_u \cdot u'_x$	$y' = y \cdot (\ln y)'$
$(cu)' = cu'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$y = y(x), x = x(y), y'_x = \frac{1}{x'_y}$	$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$
$(u+v)' = u' + v'$			

Производные основных функций

$(u^a)' = a u^{a-1} \cdot u'$ (a – число)	$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$	$(\text{tg } u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$ ($a > 0$ – число)	$(\lg u)' = \frac{1}{u \ln 10} \cdot u'$	$(\text{ctg } u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$
$(e^u)' = e^u \cdot u'$	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$	$(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$	$(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
($a > 0$ – число, $a \neq 1$)		

Дифференциал

$du = u' dx$	$d(u+v) = du + dv$	$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$
$d(cu) = c du$	$d(uv) = v du + u dv$	

Формулы понижения степени

$\sin^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2A$	$\sin A \cos A = \frac{1}{2} \sin 2A$	$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$
$\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2A$	$\sin A \cos B = \frac{1}{2} \sin(A+B) + \frac{1}{2} \sin(A-B)$	$\sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos(A-B) - \frac{1}{2} \cos(A+B)$

Таблица иррациональных подстановок

Интегралы вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$, где R - рациональная функция. Подстановка $x = u - \frac{b}{2a}$; $dx = du$ преобразует интеграл к одному из

следующих трех типов. Подстановками из таблицы эти интегралы соответственно приводятся к интегралам вида $\int R(\sin t, \cos t) dt$.

Вид подынтегрального выражения	u	t	du
$\int R(u, \sqrt{p^2 - u^2}) du$	$u = p \cdot \sin t$	$t = \arcsin \frac{u}{p}$	$du = p \cdot \cos t dt$
$\int R(u, \sqrt{p^2 + u^2}) du$	$u = p \cdot \tan t$	$t = \arctan \frac{u}{p}$	$du = \frac{p dt}{\cos^2 t}$
$\int R(u, \sqrt{u^2 - p^2}) du$	$u = \frac{p}{\cos t}$	$t = \arccos \frac{u}{p}$	$du = \frac{p \cdot \sin t}{\cos^2 t} dt = \frac{p \cdot \tan t}{\cos t} dt$

Таблица тригонометрических подстановок

t	dt	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	x	dx
$\tan \frac{x}{2}$	$\frac{dx}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$	$\frac{2t}{1+t^2}$	$\frac{1-t^2}{1+t^2}$	$\frac{2t}{1-t^2}$	$2 \arctan t$	$\frac{2dt}{1+t^2}$
$\cos x$	$-\sin x dx$	$\sqrt{1-t^2}$	t	$\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$	$\arccos t$	$-\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin x$	$\cos x dx$	t	$\sqrt{1-t^2}$	$\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$	$\arcsin t$	$\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$
$\tan x$	$\frac{dx}{\cos^2 x}$	$\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$	t	$\arctan t$	$\frac{dt}{1+t^2}$

Таблица основных замен

Выражение, встречающееся в интеграле	Рекомендуемая подстановка	Дифференциал dt
$x dx$	$t = x^2$	$x dx = \frac{dt}{2}$
$x^k dx$	$t = x^{k+1}$	$x^k dx = \frac{dt}{k+1}$
$\frac{dx}{\sqrt{x}}$	$t = \sqrt{x}$	$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2dt$
$\frac{dx}{x}$	$t = \ln x$	$\frac{dx}{x} = dt$
$e^{ax} dx$	$t = e^{ax}$	$e^{ax} dx = \frac{dt}{a}$
$\sin ax dx$	$t = \cos ax$	$\sin ax dx = -\frac{dt}{a}$
$\cos ax dx$	$t = \sin ax$	$\cos ax dx = \frac{dt}{a}$
$\frac{dx}{1+a^2 x^2}$	$t = \arctg ax$	$\frac{dx}{1+a^2 x^2} = \frac{dt}{a}$
$\frac{dx}{\sqrt{1-a^2 x^2}}$	$t = \arcsin ax$	$\frac{dx}{\sqrt{1-a^2 x^2}} = \frac{dt}{a}$
$\frac{dx}{\cos^2 ax}$	$t = \operatorname{tg} ax$	$\frac{dx}{\cos^2 ax} = \frac{dt}{a}$
$\frac{dx}{\sin^2 ax}$	$t = \operatorname{ctg} ax$	$\frac{dx}{\sin^2 ax} = -\frac{dt}{a}$
$\sqrt[n]{a \pm x}$	$t = \sqrt[n]{a \pm x}$, или $t^n = a \pm x$	$nt^{n-1} dt = \pm dx$