Федеральное агентство по образованию

Дальневосточный государственный технический университет
(ДВПИ им. В. В. Куйбышева)

**Н. И. Чухрий, А. Д. Щурова**

# ФИЗИКА

Часть 1

## Механика, молекулярная физика и термодинамика

Учебно-методическое пособие для студентов-заочников

Владивосток
2006

Одобрено научно-методическим советом университета

УДК 532.3
Ч 96

Чухрий, Н.И, **Физика Ч.1. Механика, молекулярная физика и термодинамика:** Учеб.- метод. пособие / Н.И.Чухрий, А.Д.Щурова. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2006. – 109 с.
ISBN

Даны рабочая программа курса физики, теоретический материал к контрольной работе №1, приведены примеры решения типовых задач из разделов физики «Механика», «Молекулярная физики» и «Термодинамика», а также задачи для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов – заочников инженерно-технических специальностей.

Печатается с оригинал-макета, подготовленного авторами.

Рецензенты: В.В.Юдин, д-р физ. - мат. наук, профессор;
В.Э.Осуховский, д-р физ.-мат. наук, профессор.

ISBN

**Содержание**

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом. Для облегчения этой задачи кафедра физики организует чтение лекций, практические занятия и лабораторные работы, поэтому процесс изучения физики состоит из следующих этапов:

1.Проработка установочных и обзорных лекций,
2.Самостоятельная работа над учебниками и учебными пособиями,
3.Выполнение контрольных работ,
4.Прохождение лабораторного практикума,
5. Сдача зачетов и экзаменов.

За время изучения курса общей физики студент должен предоставить до четырех контрольных работ в зависимости от специальности.

Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов. Вариант соответствует последней цифре номера студенческого билета или зачетной книжки. Если, например, последняя цифра 5, то в контрольных работах студент решает задачи 105,115,125,135,145,155,165,175,185,195.

Контрольную работу следует выполнить в тонкой тетради, на обложке которой привести сведения по следующему образцу:

Куда_______________________________________________________
/адрес студента/
Кому_______________________________________________________
Адрес отправителя: 690014, г. Владивосток, ул. Державина,21. Заочный факультет ДВГТУ, т.25-74-39.

Контрольная работа №

По_________________________________________________________
Студент группы__________ шифр________________вариант______________
_______________________________________________________________
/ Фамилия, Имя, Отчество /

Контрольная работа получена университетом «____»_______________200_г.
Оценка работы__________________________________________________
Рецензент______________________Дата проверки «____»____________200_г.
/ Фамилия четко /

Подпись рецензента_______________________________________________

В контрольной работе условия задач переписываются полностью. Для замечаний преподавателя необходимо оставлять поля. В конце контрольной работы указать, каким учебником или пособием студент пользовался при изучении курса физики и выполнении контрольной работы ( название учебника, автор, год издания).

Высылать на рецензию следует не более одной работы, во избежание одних и тех же ошибок очередную контрольную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

На повторную рецензию студент обязан предоставить те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо предоставлять вместе с недопущенной работой.

Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно дать чертеж.

Решать задачу в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условиях задачи. При таком способе не производятся вычисления промежуточных величин.

После получения расчетной формулы для ее проверки следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине.

Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти.

## Библиографический список

Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука,1979.

Детлаф А.А.и др. Курс физики. В 3т. – М.: Высш. шк., 1979.

Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. В 3т.– М.: Наука, 2001.

Савельев И.В. Курс физики. В 5т.– М.: Наука,1997-1999.

Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. – М.: Наука, 1977.

Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высш. шк.,1995.

Чертов А.Г. Единицы физических величин. – М.: Высш. шк., 1977.

Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высш. шк., 1981.

**Контрольная работа №1.**

Таблица вариантов

| вариант | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **101** | **111** | **121** | **131** | **141** | **151** | **161** | **171** | **181** | **191** |
| **2** | **102** | **112** | **122** | **132** | **142** | **152** | **162** | **172** | **182** | **192** |
| **3** | **103** | **113** | **123** | **133** | **143** | **153** | **163** | **173** | **183** | **193** |
| **4** | **104** | **114** | **124** | **134** | **144** | **154** | **164** | **174** | **184** | **194** |
| **5** | **105** | **115** | **125** | **135** | **145** | **155** | **165** | **175** | **185** | **195** |
| **6** | **106** | **116** | **126** | **136** | **146** | **156** | **166** | **176** | **186** | **196** |
| **7** | **107** | **117** | **127** | **137** | **147** | **157** | **167** | **177** | **187** | **197** |
| **8** | **108** | **118** | **128** | **138** | **148** | **158** | **168** | **178** | **188** | **198** |
| **9** | **109** | **119** | **129** | **139** | **149** | **159** | **169** | **179** | **189** | **199** |
| **10** | **110** | **120** | **130** | **140** | **150** | **160** | **170** | **180** | **190** | **200** |

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### ВВЕДЕНИЕ

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Важнейшие этапы истории физики. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Размерность физических величин. Основные единицы СИ.

### 1.ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Предмет физики. Кинематика и динамика. Классическая механика. Квантовая механика. Релятивистская механика.

#### 1.1. Элементы кинематики

Физические модели: материальная точка ( частица), система материальных точек, абсолютно твердое тело, сплошная среда. Пространство и время. Кинематическое описание движения. Прямолинейное движение точки. Движение точки по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Нормальное и касательное ускорение. Степени свободы и обобщенные координаты. Число степеней свободы абсолютно твердого тела. Вектор угловой скорости. Кинематическое описание вращательного движения.

#### 1.2. Динамика частиц

Основная задача динамики. Понятие состояния в классической механике. Уравнения движения. Масса и импульс. Границы применимости классического способа описания движения частиц. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона и закон сохранения импульса. Неинерциальные системы отсчета. Сила инерции.

#### 1.3. Закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Реактивное движение. Центр инерции. Аддитивность массы. Теорема о движении центра инерции. Система центра инерции.

#### 1.4. Закон сохранения момента импульса

Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Момент силы. Уравнение моментов. Движение в поле центральных сил.

#### 1.5. Закон сохранения энергии

Работа и кинетическая энергия. Мощность. Связь между кинетическими энергиями в различных системах отсчета. Энергия движения тела как целого. Внутренняя энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Закон сохранения энергии в механике.

Общефизический закон сохранения энергии. Законы сохранения и симметрия пространства и времени.

### 1.6. Принцип относительности в механике

Инерциальные системы отсчета и принцип относительности. Преобразования Галилея. Инварианты преобразования. Абсолютные и относительные скорости и ускорения. Постулаты специальной теории относительности. Преобразование Лоренца. Следствия из преобразования Лоренца: сокращение движущихся масштабов длины, замедление движущихся часов, закон сложения скоростей.

### 1.7. Элементы релятивистской динамики

Релятивистский импульс. Уравнение движения релятивистской частицы. Работа и энергия. Инвариантность уравнения движения относительно преобразования Лоренца. Инварианты преобразования импульса и энергии. Законы сохранения энергии и импульса. Столкновение частиц. Система центра инерции.

### 1.8. Твердое тело в механике

Уравнения движения и равновесия твердого тела. Понятие статистически неопределенных систем. Энергия движущегося тела. Момент инерции тела относительно оси. Вращательный момент. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Закон сохранения импульса и его связь с изотропностью пространства.

### 1.9. Элементы механики сплошных сред

Упругие напряжения в твердых телах. Закон Гука. Растяжение и сжатие стержней. Общие свойства жидкостей и газов. Уравнения равновесия и движения жидкостей. Идеальная и вязкая жидкость. Гидростатика несжимаемой жидкости. Коэффициент вязкости. Течение по трубе. Формула Пуазейля. Закон подобия. Формула Стокса. Гидродинамическая неустойчивость. Турбулентность.

## 2.СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Динамические и статистические закономерности в физике. Статистический и термодинамический методы.

### 2.1. Макроскопические состояния

Тепловое движение. Макроскопические параметры. Уравнение состояния. Внутренняя энергия. Интенсивные и экстенсивные параметры. Уравнение состояния идеального газа. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетический смысл температуры.

### 2.2. Статистические распределения

Вероятность и флуктуации. Распределение Максвелла. Распределение частиц по абсолютным значениям скорости. Средняя кинетическая энергия частиц. Скорости теплового движения частиц. Эффузия газа и молекулярные пучки. Распределение Больцмана. Распределения Гиббса. Теплоемкость многоатомных газов. Недостаточность классической теории теплоемкостей. Определение энтропии неравновесной системы через статистический вес состояния. Принцип возрастания энтропии.

### 2.3. Основы термодинамики

Обратимые и необратимые тепловые процессы. Первое начало термодинамики. Энтропия. Второе начало термодинамики. Термодинамические потенциалы и условия равновесия. Термодинамические преобразования. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловой машины.

### 2.4. Явления переноса

Понятие о физической кинетике. Время релаксации. Эффективное сечение рассеяния. Диффузия и теплопроводность. Коэффициент диффузии. Коэффициент теплопроводности. Температуропроводность. Время выравнивания. Диффузия в газах и твердых телах. Вязкость. Коэффициент вязкости газов и жидкостей. Динамическая и кинематическая вязкости.

### 2.5. Элементы физической электроники

Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Электропроводность слабоионизированных газов. Понятие о плазме. Плазменная частота. Дебаевская длина. Электропроводность плазмы.

### 2.6. Фазовые равновесия и фазовые превращения

Фазы и фазовые превращения. Условия равновесия фаз. Фазовые диаграммы. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Критическая точка. Метастабильные состояния. Тройная точка. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы второго рода.

# 1. МЕХАНИКА.

## 1.1. Кинематика

**Кинематика поступательного и вращательного движения**.

Отдел механики, изучающий движение материальных тел в пространстве и времени без рассмотрения вызывающих это движение причин, называется кинематикой.

Движение в механике рассматривается как перемещение отдельных материальных точек или системы материальных точек в пространстве с течением времени.

Количественно охарактеризовать положение точки в пространстве можно лишь по отношению к другому, произвольно выбранному материальному телу, называемому телом отсчета и условно считаемому неподвижным. Связывая с этим телом произвольную систему координат и часы, мы получим систему отсчета положений материальной точки.

Положение точки $M$ в простейшей прямоугольной системе координат характеризуется тремя координатами, которые обозначаются через $x$ – абсцисса, $y$ – ордината, $z$ – аппликата точки $M(x, y, z)$. Эти величины являются соответствующими проекциями радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из начала координат в данную точку.

При движении материальной точки ее положение в пространстве с течением времени меняется, то есть радиус-вектор $\vec{r}$ и величины $x, y, z$, являются функциями времени.

Уравнения: $\vec{r} = \vec{r}(t)$, либо $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ называются ***кинематическими уравнениями движения материальной точки.***

Совокупность последовательных положений, занимаемых точкой $M$ в процессе ее движения, образует в пространстве линию, называемую ***траекторией*** движущейся точки. На рис.1.1 изображен отрезок траектории.

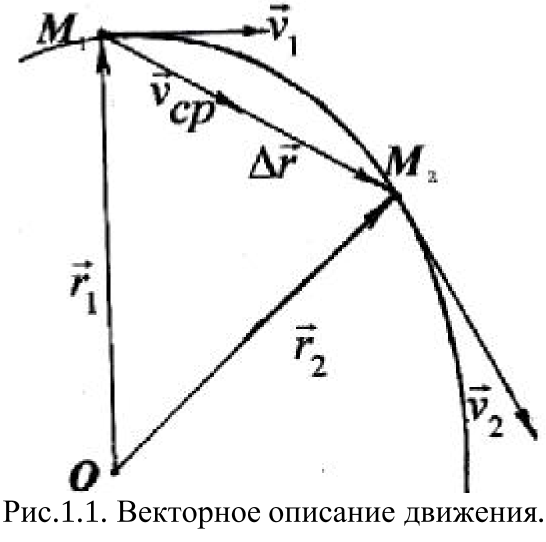


Рис.1.1. Векторное описание движения.

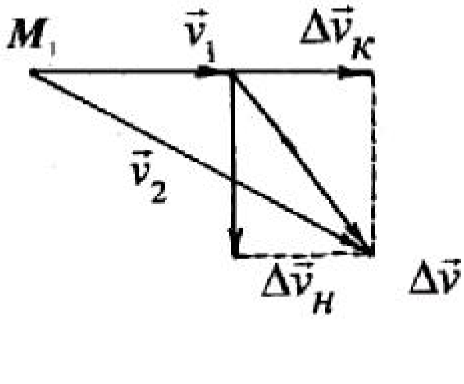


Рис.1.2. Вектор скорости.

В момент времени $t_1$ точка $M$ занимает на траектории положение $M_1$, характеризуемое радиус-вектором $\overrightarrow{OM}_1=\vec{r}_1$ (и, соответственно, тремя координатами $x_1, y_1, z_1$). В следующий момент времени $t_2$, спустя промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, точка $M$ занимает на траектории новое положение $M_2$, характеризуемое радиус–вектором $\overrightarrow{OM}_2=\vec{r}_2$. Дуга $M_1M_2=\Delta S$ представляет путь, пройденный точкой $M$ за время $\Delta t$. Вектор $\overrightarrow{M_1M_2}=\Delta\vec{r}$, проведенный из начального положения $M_1$ в конечное $M_2$, называется ***вектором перемещения*** точки $M$ за время $\Delta t$. При прямолинейном движении абсолютная величина вектора перемещения $|\Delta\vec{r}|$ равна пути $\Delta S$. В общем случае, как видно на рис.1.1, $|\Delta\vec{r}|$ и $\Delta S$ не совпадают. При произвольном криволинейном движении равенство $|\Delta\vec{r}| = \Delta S$ соблюдается лишь в пределе для бесконечно малого промежутка времени, то есть когда $\Delta\vec{r}\to 0$. Так как $\vec{r}_2=\vec{r}_1+\Delta\vec{r}$ или $\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, то вектор перемещения равен разности радиус-векторов конечного и начального положения точки. Этот вектор представляет собой приращение радиус-вектора и характеризует изменение положения точки $M$ в пространстве за промежуток времени $\Delta t$.

Быстрота изменения положения точки определяется отношением:

$$\vec{v}_{cp}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Вектор $\vec{v}_{cp}$, называемый ***средней скоростью движения*** точки за время $\Delta t$, направлен, как и вектор $\Delta\vec{r}$, по секущей $M_1M_2$ ( рис.1.1). Переходя к пределу для бесконечно малого промежутка времени $\Delta t\to 0$, получим ***вектор мгновенной скорости*** $\vec{v}$ в точке $M$:

$$\vec{v}=\lim_{M_2\to M_1}\overrightarrow{v_{cp}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Секущая $M_1M_2$ в пределе совпадает с касательной, поэтому вектор мгновенной скорости направлен по касательной.

Численно мгновенную скорость можно определить как первую производную от радиус-вектора или перемещения по времени

$$v=\frac{dr}{dt}=\frac{dS}{dt}\text{, так как }|\vec{v}|=v=\lim\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt},$$

то есть величину мгновенной скорости находим как предел отношения длины пути к промежутку времени, как в случае прямолинейного движения (если тело движется равномерно, то $v=\frac{s}{t}$, где $S$ – путь, пройденный телом за время $t$).

В международной системе СИ скорости $v$, $v_{cp}$ измеряются в метрах в секунду (м/с).

В случае произвольного криволинейного движения скорость может меняться по величине и по направлению.

Быстрота изменения вектора скорости характеризуется некоторым вектором ускорения $\vec{a}$.

Рассмотрим изображенный на рис.1.1 участок траектории между двумя
близкими соседними точками траектории $M_1$ и $M_2$. Скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ в обеих точках направлены по касательным к траектории и отличаются друг от друга по величине и направлению. Перенос вектора $v_2$ параллельно самому себе в точку $M_1$ ( рис.1.2) позволит найти вектор $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, геометрическое приращение вектора $\vec{v}$ за время $t$. Отношение $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}_{cp}$ называется ***вектором среднего ускорения*** за время $\Delta t$, предел этого отношения, соответственно, ***вектором мгновенного ускорения*** $\vec{a}$ при произвольном движении точки $M$:

$$\vec{a} = \lim \vec{a}_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Вектор $\Delta\vec{v}$ можно представить геометрической суммой двух взаимноперпендикулярных векторов $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_К + \Delta\vec{v}_Н$, где $\Delta\vec{v}_К$ имеет то же направление, что и скорость $\vec{v}_1$; $\Delta\vec{v}_Н$ перпендикулярен вектору скорости.

Преобразуем с учетом вышесказанного выражение для ускорения

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim \frac{\Delta\vec{v}_К}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_Н}{\Delta t} = \vec{a}_К + \vec{a}_Н,$$

где $\vec{a}_к = \lim \frac{\Delta\vec{v}_К}{\Delta t}$ называется ***вектором касательного ( к) или тангенциального ускорения***, его направление при рассмотрении малых перемещений точки $\overrightarrow{M_1M_2}$ совпадает с касательной к траектории, а численное значение можно найти как $a_К = |\vec{a}_К| = |\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}| = |\frac{d\vec{v}}{dt}| = \frac{dv}{dt}$.

Касательное ускорение характеризует быстроту изменения величины скорости при движении. ***Вектор*** $\vec{a}_Н = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_Н}{\Delta t}$ носит название ***нормального (н) ускорения*** и его величину можно принять равной:

$$a_Н = \frac{v_1^2}{R},$$

где $R$ есть радиус кривизны траектории в точке $M$. Ввиду того, что точка $M$ выбрана произвольно, индекс 1 можно опустить:

$a_{\text{Н}} = \dfrac{v^2}{R}$

В любой момент движения касательное и нормальное ускорения взаимно перпендикулярны, и их сумма равна вектору мгновенного ускорения

$\vec{a} = \vec{a}_{\text{К}} + \vec{a}_{\text{Н}}$,

то есть ***вектор полного ускорения*** по модулю равен:

$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_k^2 + a_H^2}$ .

В международной системе СИ ускорение измеряется в метрах в секунду за секунду (м/с$^2$).

В зависимости от значений тангенциальной и нормальной составляющих ускорения, движение можно классифицировать следующим образом:

1) $a_{\text{К}} = 0$, $a_{\text{Н}}$ = const – прямолинейное, равномерное движение;

2) $a_{\text{К}} = a$ = const, $a$ = 0 – прямолинейное равнопеременное движение. При таком виде движения $a_{\text{К}} = a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. Если начальный момент времени $t_1 = 0$, а начальная скорость $v_0$, то $v = v_0 + at$ (см. школьный курс). Проинтегрировав эту формулу в пределах от нуля до произвольного момента времени $t$, найдем длину пути, пройденного точкой в случае равнопеременного движения:

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

3) $a_{\text{К}} = f(t)$, $a_{\text{Н}} = 0$ – прямолинейное движение с переменным ускорением;

4) $a_{\text{К}} = 0$, $a_{\text{Н}}$ = const. При $a_{\text{К}} = 0$ скорость по модулю не изменяется, но изменяется по направлению. Из формулы нормального ускорения $a_{\text{Н}} = \dfrac{v^2}{R}$ следует, что радиус кривизны $R$ должен быть постоянным, следовательно в данном случае это равномерное движение по окружности.

5) $a_{\text{К}}$ = const, $a_{\text{Н}} \neq 0$ – криволинейное равномерное движение;

6) $a_{\text{К}} = f(t)$, $a_{\text{Н}} \neq 0$ – const – криволинейное движение с переменным ускорением.

***Движение по окружности*** является частным случаем движения по криволинейной траектории с постоянным радиусом кривизны. При вращении твердого тела все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Окружности, по которым движутся точки тела, лежат в плоскостях, перпендикулярных к этой оси. Быстроту вращения можно охарактеризовать углом, на который поворачивается тело в единицу времени. Если за равные промежутки времени $\Delta t$, тело поворачивается на одинаковые углы $\Delta j$, вращение называется равномерным. Тогда величина $w = \dfrac{j}{t}$, где угол, на который поворачивается тело за время $t$, определит угол поворота равномерно вращающегося тела в единицу времени. Эту величину называют ***угловой скоростью вращения*** тела ( точнее, эта величина есть модуль угловой скорости). Направление угловой скорости совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, то есть подчиняется правилу правого винта. Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения.

В системе Си угловая скорость измеряется в радиан в секунду (рад/сек).

При неравномерном вращении выражение $\omega = \frac{\varphi}{\tau} = \omega_{cp}$ дает ***среднее значение угловой скорости*** за промежуток времени $\tau$. ***Мгновенное значение угловой скорости*** получим при рассмотрении достаточно малых промежутков времени $\vec{\omega} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$, где $\Delta\varphi$ – угол, на который поворачивается тело за малый промежуток времени $\Delta t$. Линейная скорость точки

$$v = \lim \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim = R \cdot \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega \text{, т.е. } v = R \cdot \omega .$$

Формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$, при этом модуль векторного произведения по определению равен $v = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega, R)$. Направление $\vec{v}$ совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{\omega}$ к $\vec{R}$.

Если $\omega$ =const, то вращение равномерное и его можно охарактеризовать ***периодом вращения*** $T$ – временем, за которое точка совершает один полный оборот, т.е. поворачивается на угол 2 π. Так как промежутку времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta\varphi = 2\pi$, то

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{, откуда } \mathbf{T} = \frac{2\pi}{\omega} .$$

Число полных оборотов, совершаемых точкой при равномерном движении по окружности в единицу времени называется ***частотой вращения***:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{, откуда } \omega = 2\pi n .$$

***Угловым ускорением*** называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} .$$

При вращении точки вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$

сонаправлен вектору $\vec{w}$, при замедленном – противоположен ему. Тангенциальная ( касательная) составляющая ускорения $a_{К}=\frac{dv}{dt}$, так как $v=w\cdot R$, то $a_{К}=R\cdot e$. Нормальная составляющая ускорения $a_{H}=\frac{v^2}{R}=w\cdot$R.

В случае равнопеременного движения точки по окружности

$$w=w_0\pm e\,t,\quad j=w_0\cdot t\pm\frac{e\cdot t^2}{2},$$

где $w_0$ – начальная угловая скорость.

## 1.2. Динамика поступательного движения

Динамика является одним из основных разделов механики, в ее основе лежат три закона Ньютона.

***Первый закон Ньютона***: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Первый закон Ньютона выполняется по отношению к инерциальным системам отсчета, относительно которых материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. Чтобы описать движение, упоминаемое в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорения ( динамическое проявление сил), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил). В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, сила – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате, которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

***Второй закон Ньютона*** – основной закон динамики поступательного движения: ускорение, приобретаемое материальной точкой ( телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки ( тела). В СИ коэффициент пропорциональности k = 1. Тогда

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}\ \text{или}\ \vec{F}=m\cdot\vec{a}\text{, где}\ \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (2.1)$$

Учитывая, что масса материальной точки (тела) в классической механике есть величина постоянная, в выражении (2.1) ее можно внести под знак дифференциала:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \qquad (2.2)$$

Векторная величина $\vec{P} = m\vec{v}$, численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется импульсом этой материальной точки. Подставляя выражение для импульса в (2.2), получим:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{P}.$$

Это выражение – более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Оно называется уравнением движения материальной точки.

Единица силы в СИ – ньютон (Н). (1Н=1кг×1м/с).

В механике утверждается принцип независимости действия сил: если на материальную точку действуют одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение, согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач. Если на материальную точку действуют одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под $\vec{F}$ понимают результирующую силу (во втором законе Ньютона).

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется ***третьим законом Ньютона***: всякое действие материальных точек друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2,$$

где $\vec{F}_1$ – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; $\vec{F}_2$ – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

В механике мы будем рассматривать различные силы: трения, упругости, тяготения.

Закон Гука:

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x},$$

где $\Delta\vec{x}$ – смещение деформированной поверхности относительно ее исходного состояния, $k$ – жесткость, $\vec{F}$ – сила упругости.

Сила трения скольжения:

$$F_{тр} = \mu N,$$

где $N$ – величина силы нормального давления, $m$ - коэффициент трения.
Закон всемирного тяготения Ньютона: для двух материальных точек массами $m_1$ и $m_2$ гравитационная сила $\vec{F}$ (сила притяжения) направлена вдоль линии, соединяющей точки, и равна по величине:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G = 6,67 10 $^{-11}$ Нм$^2$ /кг $^2$ - гравитационная постоянная, $r$ - расстояние между точками.
Сила тяжести (сила гравитационного притяжения тел к Земле):

$$F = m\,g,$$

где $g$ = 9,8 м/с – ускорение свободного падения на Земле.

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой ( или изолированной). В случае отсутствия внешних сил:

$$\vec{P} = m\vec{v} = \text{const или } \Delta\vec{P} = 0.$$

Последнее выражение является законом сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Чтобы охарактеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы. Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила $\vec{F}$, которая составляет некоторый угол $a$ с направлением перемещения, то работа этой силы равна произведению проекции силы $\vec{F}$ на направление перемещения ( $F_S = F\cos a$ ), умноженной на перемещение $S$ точки приложения силы:

$$A = F_S S = F\,S\cos a\,. \tag{2.3}$$

В общем случае эта сила может изменяться как по величине, так и по направлению, поэтому формулой (2.3) в случае расчета работы переменной силы пользоваться нельзя. Если, однако, рассмотреть элементарное перемещение d$\vec{r}$, то силу $F$ можно считать постоянной, а движение точки ее приложения прямолинейным. Элементарной работой силы на перемещении d $\vec{r}$ называется скалярная величина d$A$ = $\vec{F}$ d$\vec{r}$ = $F\cos a$ d$S$ = $F$ d$S$, где $a$ - угол между векторами $\vec{F}$ и d$\vec{r}$, d$S$ = $l$ d$r$, $l$ – элементарный путь. Работа силы на любом участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма сводится к интегралу:

$$A = \int F\,dS\cos a = \int F\,dS.$$

Для вычисления этого интеграла необходимо знать вид функции зависимости силы $F$ от пути $S$ вдоль траектории 1 – 2. Например, тело движется прямолинейно, сила $F$ = const, угол также постоянен, получим

$$A = \int F \, \mathrm{d}S \cos a = F \cos a \int \mathrm{d}S = F\, S \cos a \,,$$

где $S$ – путь, пройденный телом.
Единица измерения работы в системе СИ – джоуль (Дж, 1Дж = 1Н1м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности как работу, совершенную за единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

За время d$t$ сила $F$ совершит работу $F\,\mathrm{d}r$, мощность, развиваемая этой силой в данный момент времени:

$$N = F \frac{dr}{dt} = F\, v \,,$$

т.е. равна произведению величины силы на величину скорости, с которой движется точка приложения этой силы; $N$ – величина скалярная.
Единица мощности в системе СИ – ватт (Вт, 1Вт = 1Дж/1с).

Кинетическая энергия механической системы – это энергия механического движения этой системы. Тело массой $m$, движущееся со скоростью $v$ обладает кинетической энергией:

$$E_{\kappa} = m \frac{v^2}{2}.$$

Потенциальная энергия – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером взаимодействия между ними. Работа консервативных сил при элементарном ( бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$\mathrm{d} \quad A = -\Delta E_n. \qquad (2.4)$$

Работа d $A$ выражается как скалярное произведение силы $F$ на перемещение d$r$, поэтому (2.4) можно записать в виде:

$$F\,\mathrm{d}r = -\Delta E_n.$$

Следовательно, если известна функция $E_n$, то можно найти силу $F$ по модулю и направлению. Конкретный вид функции $E_n$ зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой $m$, поднятого на высоту $h$ над поверхностью Земли, равна:

$$E_n = m\, g\, h,$$

где $h$ – высота, отсчитываемая от нулевого уровня, для которого $E_п = 0$. Выражение вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты на поверхность Земли. Потенциальная энергия упругодеформированного тела:

$$E_п = k\frac{\Delta x^2}{2}.$$

Полная механическая энергия системы – энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = E_п + E_к,$$

т.е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий. Если консервативные внешние силы отсутствуют, то

$$E = E_п + E_к = \text{const}, \tag{2.5}$$

т.е. полная механическая энергия системы сохраняется постоянной. Выражение (2.5) представляет собой закон сохранения механической энергии.

## 1.3. Динамика вращательного движения

Чтобы твердое тело с закрепленной осью привести во вращательное движение, необходимо хотя бы в одной из его точек приложить внешнюю силу $\vec{F}$, не проходящую через ось вращения и не параллельную ей. При этом вращательное действие силы определится не только величиной силы $F$, но и расстоянием ее линии действия от оси вращения, так называемым плечом $l$. По правилу рычага действие силы $\vec{F}$ можно уравновесить действием силы $\vec{F}'$, вращающей тело в противоположном направлении, если выполнено условие:

$$F \cdot l = F' \cdot l'.$$

Произведение величины силы на плечо:

$$M = F \cdot l = F \cdot r \cdot \sin\alpha,$$

где $r$ - есть расстояние от точки приложения силы до оси вращения, угол $\alpha$ образован векторами силы $\vec{F}$ и радиус-вектором $\vec{r}$, носит название ***вращательного момента, или момента силы*** относительно оси вращения.

Момент силы имеет знак: если сила вращает тело по часовой стрелке (правый винт по отношению к оси вращения), то мы будем считать ее момент положительным, если же она вращает тело против часовой стрелки – отрицательным.

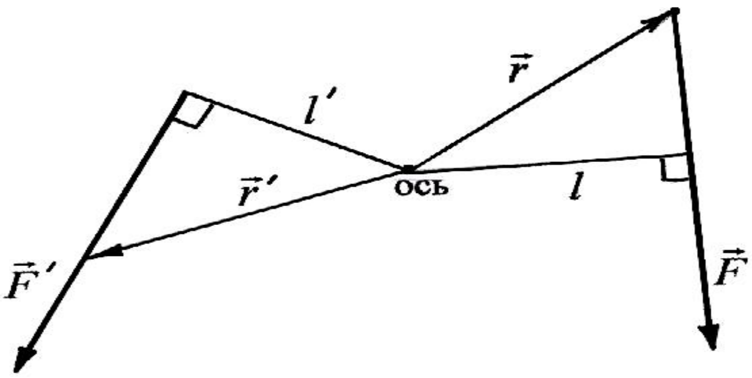



Рис.3.1. Вращение тела с закрепленной осью вращения.

Для сил $\vec{F}$ и $\vec{F}'$, изображенных на рис.3.1., моменты относительно оси соответственно равны:

$$M = F \cdot l,$$

$$M' = -F' \cdot l'.$$

Условие равновесия тела имеет вид:

$$M + M' = F \cdot l - F' \cdot l' = 0.$$

Другими словами, действующие на тело силы $\vec{F}$ и $\vec{F}'$ не вызывают вращения, если их моменты $M$ и $M'$ взаимно уравновешиваются, т.е. равны по величине и обратны по знаку.

Если на тело, закрепленное на оси, действует несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_n$, то суммарное их действие будет эквивалентно действию одного момента $M$, равного алгебраической сумме моментов всех действующих сил:

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot r_i \cdot \sin a_i,$$

где $F_i \cdot \sin a_i = F_{i_K}$ проекция силы на направление касательной к траектории движения точки ее приложения. По второму закону динамики ускорение, с которым двигается данная точка, связано с силой соотношением: $F_i = m_i \cdot a_i$, где $m_i$ - масса $i$ точки тела, движущейся по окружности радиуса $r_i$. Помножим обе части этого выражения на $r_i$ и получим:

$$m_i \cdot a_i \cdot r_i = F_i \cdot r_i.$$

Учитывая соотношение между линейным и угловым ускорением точки, движущейся по окружности радиусом $r_i$ и определение момента силы, получим следующее выражение:

$$M_i = m_i \cdot e_i \cdot r_i^2 . \qquad (3.1)$$

Просуммируем правую и левую части полученного выражения. Алгебраическую сумму моментов всех внешних сил, действующих на тело, назовем полным моментом внешних сил и обозначим:

$$M^{внеш} = \sum_{i=1}^{n} M_i^{внеш} .$$

Сумма $\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2 = J$ носит название ***момента инерции*** тел относительно заданной оси. Момент инерции тела численно равен сумме произведений масс всех его точек на квадраты их расстояний до оси вращения. Величина этого момента инерции зависит не только от массы всего тела и ее распределения в теле системы ( тела), но также от ориентации тела относительно рассматриваемой оси вращения. Так как угловое ускорение для всех точек вращающегося твердого тела одинаково, выражение (3.1) примет вид:

$$M^{внеш} = J \cdot e . \qquad (3.2)$$

Уравнение позволяет найти угловое ускорение вращающегося тела $e$ по известному моменту внешних сил и выражает ***закон динамики для вращательного движения***. Это уравнение аналогично второму закону Ньютона для динамики поступательного движения:

$$F = m \cdot a .$$

Сопоставляя уравнения, мы видим, что при вращательном движении роль силы $F$ играет момент силы $M^{внеш}$, роль ускорения играет угловое ускорение $\cdot e$ , а роль массы играет момент инерции $J$ .

Если рассматриваемое тело представляет собой обруч массы $m$ , толщина которого мала по сравнению с радиусом R, то момент его инерции относительно оси, проходящей через центр и перпендикулярной к плоскости обруча, равен:

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R^2 = R^2 \sum_{i=1}^{n} m_i = m \cdot R^2 .$$

Для тел более сложной формы в случае непрерывного распределения масс суммирование производится методами интегрального исчисления. Так, например, для сплошного диска или сплошного цилиндра момент инерции относительно оси симметрии этих тел равен:

$$J_{цил} = \frac{1}{2} m R^2 .$$

Момент инерции тонкого цилиндра ( стержня), относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к стержню, равен:

$$J_{cm} = \frac{1}{12} mR^2 .$$

Для решения практических задач динамики вращательного движения применяют некоторые следствия из основного уравнения динамики вращательного движения. При подстановке в выражение (3.2) углового ускорения $e = \frac{\Delta w}{\Delta t}$ получим:

$$M^{внеш} = J \frac{\Delta w}{\Delta t} .$$

Умножим обе части равенства на $\Delta t$. Тогда

$$M^{внеш} \Delta t = J \Delta w = Jw_2 - Jw_1 . \qquad (3.3)$$

Величина $Jw = L$ называется ***моментом количества движения*** вращающегося тела, а стоящее в левой части уравнения произведение момента сил на время его действия называется импульсом момента внешних сил. Уравнение (3.3) выражает закон момента количества движения: импульс момента внешних сил, действующих на вращающееся тело, равен изменению его момента количества движения.

Если внешние силы отсутствуют ( система замкнутая или изолированная) или таковы, что их суммарный момент равен нулю, то уравнение (3.3) принимает вид закона сохранения количества движения при вращательном движении:

$$Jw = const .$$

***Кинетическая энергия вращающегося тела*** представляет собой алгебраическую сумму кинетических энергий отдельных его точек, т.е.

$$E_K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 w^2 = \frac{w^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = J \frac{w^2}{2} .$$

Работа внешней силы при вращении:

$$\Delta A = F_{iK} \Delta S = F_{iK} r_i \Delta j = M_i^{внеш} \Delta j ,$$

то есть, равна произведению момента силы на угол поворота тела. Эта работа затрачивается на увеличение кинетической энергии вращающегося тела

$$\Delta A = J \frac{w^2 кон}{2} - J \frac{w^2 нач}{2} .$$

В случае если тело движется поступательно со скоростью $v$ и одновременно вращается вокруг некоторой оси с угловой скоростью $w$, то полная кинетическая энергия его движения равна

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Jw^2 .$$

# 2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика представляет собой раздел физики, изучающий явления природы, строение и свойства вещества, исходя из так называемых молекулярно-кинетических представлений. Согласно этим представлениям, любое тело твердое, жидкое или газообразное состоит из большого числа мельчайших частиц – атомов или молекул, взаимодействующих между собой и находящихся в непрерывном хаотическом движении, интенсивность и вид которого зависят от температуры.

Движение каждой молекулы в отдельности подчиняется законам механики. Хаотическое движение большой совокупности молекул качественно отличается от механического движения. Оно подчиняется статистическим законам.

Таким образом, законы механики необходимы, но не достаточны для изучения закономерностей, присущих большой совокупности молекул. Поэтому в молекулярно-кинетической теории количественные закономерности устанавливают статистическим методом, в котором свойства тел, наблюдаемые на опыте, объясняются как суммарный усреднённый результат действия всей совокупности молекул.

Термодинамика это раздел физики, в котором с самых общих позиций (без обращения к молекулярно-кинетическим представлениям) все физические явления рассматриваются с точки зрения обмена энергией между изучаемыми объектами и окружающей их средой. В ее основе лежат фундаментальные законы ( начала), установленные путем обобщения огромного числа опытных фактов. Так, первое начало термодинамики представляет собой закон сохранения и превращения энергии с учетом возможных превращений механической энергии в её тепловую форму. В силу этого выводы термодинамики имеют общий характер.

В отличие от молекулярно-кинетической теории, которая рассматривает микроскопический механизм явлений, имея дело с атомами и молекулами, термодинамика изучает физические явления через взаимосвязь между такими величинами, как энергия, давление, температура, объём, которые можно непосредственно измерять приборами. Такой подход к изучаемым явлениям называется макроскопическим.

Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимосвязаны и, дополняя друг друга, позволяют подходить к изучению физических свойств вещества с различных точек зрения, что дает более полное и глубокое представление о физических явлениях и процессах, протекающих в окружающем нас мире.

В середине 19 столетия, благодаря трудам учёных-атомистов М.В.Ломоносова Л.Больцмана, Д.Максвелла и Р.Клаузиуса, была подробно разработана молекулярно-кинетическая теория газов.

## 2.1. Молекулярная физика

***Основные понятия молекулярной физики и термодинамики.*** Основными понятиями молекулярной физики и термодинамики являются понятия: система тел, состояние, параметры состояния и процесс. В термодинамике говорят: термодинамическая система, термодинамические состояние и процесс, отмечая тем самым, что термодинамика вводит в рассмотрение теплоту. Совокупность рассматриваемых тел− твердых, жидких и газообразных − называют системой тел, или просто системой. Примером системы может слу-жить жидкость и находящийся в равновесии с ней пар. В частности, система может состоять просто из одного тела, так что в дальнейшем в качестве системы будем рассматривать газ, ограниченный некоторым объёмом.

Состояние любого тела характеризуют совокупностью нескольких физических величин, называемых параметрами состояния. Важнейшими параметрами состояния газа как макроскопической системы являются его объём V, давление P и температура T. Параметры состояния взаимозависимы, так, что изменение одного из них влечет в общем случае изменение и двух других. Иначе говоря, параметры состояния связаны между собой определённой зависимостью:

$$F( P,V,T )= 0.$$

Соотношение, устанавливающее связь между параметрами, называется уравнением состояния. Наиболее простой вид уравнение состояния имеет для газообразного состояния вещества, находящегося при условиях, близких к но-рмальным (давление атмосферное $P_H$=1,01·$10^5$Па, а температура $T_H$=273К). Это уравнение называется уравнением Менделеева – Клапейрона, оно извест-но из курса физики средней школы и имеет вид:

$$PV = \frac{m}{M}RT. \qquad (2.1)$$

Состояние системы называется равновесным, если параметры, характеризующие её состояние при отсутствии внешних воздействий, остаются неизменными сколь угодно долго. Всякое воздействие на систему выводит её из состояния равновесия. Однако со временем она перейдёт снова в состояние равновесия, из которого самопроизвольно никогда не выйдет. Равновесное состояние системы всегда можно изобразить графически точкой на координатной плоскости, если по осям координат отложить значения каких-либо двух параметров, характеризующих систему. Неравновесное состояние графически изобразить таким способом нельзя, так как в этом случае параметры имеют неопределенные значения.

Переход системы из одного состояния в другое через некоторую последовательность промежуточных состояний называют процессом. Любой процесс перехода системы из одного равновесного состояния в другое всегда связан с нарушением равновесия системы. Однако если в ходе процесса изменение параметров со временем происходит столь медленно, что за любой малый промежуток времени состояние системы можно охарактеризовать определенными значениями параметров, то такой процесс можно считать состоящим из последовательности равновесных состояний.

Процесс, состоящий из непрерывной последовательности равновесных состояний, называют равновесным. Равновесным может быть только бесконечно медленно протекающий процесс и поэтому он является абстракцией. Ни один реальный процесс не может быть равновесным, но чем медленнее протекает он, тем он ближе к равновесному. В ряде задач молекулярной физики и термодинамики, без ущерба для точности исследования, реальные процессы можно считать достаточно медленными и рассматривать их как равновесные. Только считая процесс равновесным, его можно изобразить графически непрерывной линией, так что все количественные выводы молекулярной физики и термодинамики в основном относятся к рассмотрению равновесных состояний и процессов.

***МАССА, РАЗМЕРЫ МОЛЕКУЛ, ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ АТОМНЫЕ И МОЛЕКУЛЯРНЫЕ МАССЫ, ПОНЯТИЕ МОЛЯ ВЕЩЕСТВА*** Молекула - это наименьшая частица вещества, сохраняющая все его свойства. В природе встречается множество разных веществ, а следовательно, и молекул. Молекулы состоят из атомов. Например, молекула воды $H_2O$ состоит из одного атома кислорода и двух атомов водорода. Атом—это наименьшая частица химического элемента, обладающая его химическими свойствами. В случае одноатомных молекул, например для инертных газов, понятия молекула и атом совпадают. Число различных атомов невелико. Сейчас известно 117 различных видов атомов, соответствующих химическим элементам периодической системы Менделеева.

Атом, в свою очередь, состоит из положительно заряженного ядра и электронной оболочки. Ядра различных атомов отличаются одно от другого, тогда как электроны у них одинаковы, причём масса всех электронов в атоме ничтожна по сравнению с массой ядра.

Атомы в различных сочетаниях входят в состав молекул разных веществ. Поскольку массы атомов и молекул чрезвычайно малы (порядка …$10^{-27}$ кг), их принято характеризовать относительными атомными массами ***(о.а.м.)*** - $A_r$. Для определения относительных атомных масс мы введём специальную единицу, называемую ***атомной единицей массы (а.е.м.)*** - $m_0$ . Одну а.е.м. определили равной точно 1/12 массы атома углерода, ядра которых содержат 6 протонов и 6 нейтронов (всего 12 частиц) ,массы которых примерно одинаковы, так что 1 а.е.м. равна массе одной ядерной частицы ( **1*а.е.м.*** = =$1,6606\cdot10^{-27}$ кг)

Теперь понятно, что **относительные атомные массы различных элементов равны числу ядерных частиц в соответствующих атомах**. Относительные атомные массы (о.а.м.) указаны в таблице Менделеева. Взяв из таблицы Менделеева $A_r$ и умножив ее на значение 1 а.е.м., мы получим массу атома.

***ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ АТОМНЫЕ И МОЛЕКУЛЯРНЫЕ МАССЫ***

Таблица 2.1

| Атомы | Символ | ($A_r$) | Молекулы | Символ | ($M_r$) |
|---|---|---|---|---|---|
| Водород | H | 1 | Водород | $H_2$ | 2 |
| Гелий | He | 4 | **Метан** | $CH_2$ | 16 |
| Углерод | C | 12 | Вода | $H_2O$ | 18 |
| Кислород | O | 16 | Азот | $N_2$ | 28 |
| Хлор | Cl | 35 | **Углекислый газ** | $CO_2$ | 44 |

$m = A_r\, m_0 = A_r\, 1{,}6606 \cdot 10^{-27}$ кг.

В таблице 2.1 представлены относительные атомные $A_r$ и молекулярные массы $M_r$. Относительную атомную массу молекулы мы получим, суммируя относительные атомные массы составляющих атомов:

$$M_r = n_1 A_{r1} + n_2 A_{r2} + n_3 A_{r3} + \ldots, \qquad (2.2)$$

где $n_1, n_2, n_3$ – числа атомов первого, второго, третьего и т.д. элементов, входящих в состав молекулы данного вещества; $A_{r1}$, $A_{r2}$, $A_{r3}$ и т.д.- относительные атомные массы этих элементов.

Подсчитаем относительную молекулярную массу $M_r$ для молекулы углекислого газа – $CO_2$ (один атом углерода и два атома кислорода):

$M_r = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44;$

Тогда масса (**m**) молекулы углекислого газа будет:

$m = M_r\, 1{,}6606 \cdot 10^{-27}$ кг .

Одним из важных понятий молекулярной физики является понятие *моля,* как меры количества вещества. ***Моль*** вещества – это такое его количество, в котором содержится число частиц (атомов или молекул), равное $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ .Это число называется числом Авогадро и обозначается $N_A$. Выбор моля такой величины связан с тем, что ***масса моля атомов*** в этом случае будет равна $M = m \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}$кг/моль$= A_r\, 1{,}6606 \cdot 10^{-27} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} =$

$=A_r \cdot 10^{-3}$кг/моль, а ***моля молекул*** – $M=M_r\ 10^{-3}$кг/моль. Таким образом, для получения значения моля атомов или молекул надо просто относительную атомную или молекулярную массу умножить на коэффициент $10^{-3}\dfrac{кг}{моль}$.

Так, молярная масса газа кислорода $O_2$

$$M=(2\ 16)\cdot 1{,}6606\ 10^{-27}\ 6{,}02\cdot 10^{23}=32\ 10^{-3}\frac{кг}{моль}.$$

Зная массу моля, можно вычислить массу одной молекулы или атома:

$$m = \frac{M}{N_A}.$$

***Молярная масса смеси газов***. Если газ представляет собой смесь газов, то общее число молей смеси:

$$n_{см}=n_1+n_2+n_3\ldots,$$

$$n_{см}=m_{см}/M_{см},\ n_1=m_1/M_1, \quad n_2=m_2/M_2, \quad n_3=m_3/M_3$$

и .д.

(полезно запомнить выражение числа молей $n$ и в таком виде: $n = (\dfrac{N}{N_A})$).

$$M_{см}=\frac{m_1+m_2+m_3+\ldots}{n_1+n_2+n_3+\ldots}.$$

***ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ.*** Силы взаимодействия, возникающие между молекулами в газах при их сближении, носят довольно сложный характер. Возникающие на расстояниях порядка $10^{-9}$ м как незначительные силы притяжения, они переходят при дальнейшем сближении в силы отталкивания, которые резко возрастают на расстояниях порядка $10^{-10}$ м, тем самым, определяя собственный объём молекул. Если газ не слишком сжат ( низкое давление), собственный объём молекул составляет ничтожно малую часть объёма сосуда, в котором он находится, и между столкновениями друг с другом или со стенками сосуда молекулы движутся как свободные частицы. Силы же взаимодействия между молекулами, кроме моментов соударения, пренебрежимо малы, при этом сами соударения происходят без потерь механической энергии, т. е. по типу абсолютно упругого удара ( молекулы только обмениваются скоростями). Это позволяет ввести понятие **идеального газа**, в котором силы притяжения между молекулами полностью отсутствуют, а сами молекулы рассматриваются как материальные точки в случае одноатомного газа и как жёстко связанные материальные точки в случае многоатомного. Понятие идеального газа полезно в том отношении, что все реальные газы при небольших давлениях и не очень низких температурах подчиняются простым общим законам, в точности справедливым лишь для идеального газа. Для многих газов эти условия выполняются уже при комнатных температурах и атмосферном давлении.

Для дальнейшего описания законов идеального газа введём параметры, характеризующие его состояния.

***Давление*** ($P$) представляет собой физическую величину, численно равную силе, действующей перпендикулярно на единицу площади поверхности сосуда

$$P = \frac{F}{S_{\perp}}.$$

В системе СИ давление измеряется в Паскалях (Па). 1 Паскаль – это давление, которое оказывает сила в 1 Н перпендикулярно площади в 1 м$^2$. ***Давление***, которое оказывает атмосфера в единицах системы СИ, равно $P_{\text{н}}$ = 1,033 10$^5$ Па и получило название ***нормального***. Внесистемные единицы давления: 1). физическая атмосфера; 2). миллиметр ртутного столба.

Соотношение между ними:

1 физ.атм.= 1,03·10$^5$ Па = 760 мм Hg.

В первом приближении ***температуру*** можно определить как величину, характеризующую степень нагретости тел. В технике и в быту используется температура, отсчитанная по шкале Цельсия. Единица этой шкалы называется градусом Цельсия ($^0$С). В физике пользуются термодинамической температурой, которая не только более удобна, но, кроме того, имеет глубокий физический смысл. Далее мы установим, что термодинамическая температура определяется средней кинетической энергией молекулы газа. Единица термодинамической температуры – Кельвин (К) является одной из основных единиц СИ. Числовые значения Кельвина и градуса Цельсия одинаковы (1 К=1$^0$С). Термодинамическая температура $T$ связана с температурой t по шкале Цельсия соотношением

$$T=(t+273)\ \text{К}$$

Температура, равная 0 К, называется абсолютным нулем температуры; ему соответствует $t = -273$°С. Температура $t_{\text{н}}$=0°С называется нормальной и ей соответствует $T_{\text{н}}$ =273К.

***ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ.*** Прежде чем перейти к молекулярно – кинетической теории идеальных газов, рассмотрим ряд опытных законов, полученных для реальных газов, которые тем точнее подчиняются этим законам, чем меньше их давление и чем выше температура. Сами законы были получены для реальных газов при условиях, близких к нормальным (давлении, близком к атмосферному $P_{\text{н}}$=1,01·10$^5$Па, и температуре, близкой к $T_{\text{н}}$= 273К). Для газов, при таких условиях, теория использует модель – идеальный газ, поэтому эти законы носят название законов идеальных газов.

Уравнением, связывающим параметры равновесного состояния идеального газа, как было сказано ранее, является - ***уравнение Менделеева-Клапейрона*** известное из школьного курса физики**:**

$$PV=\frac{m}{M}RT,$$

где $M$ – молярная масса газа, а $R$=8,31Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Уравнению Менделеева-Клапейрона можно придать и другой вид:

$$P=nkT, \qquad (2.3)$$

где $n$ – концентрация молекул, а $k$=1,38·10$^{-23}$Дж/К- постоянная Больцмана.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона можно увидеть, что для данной массы газа возможно одновременное изменение трех параметров, характеризующих состояние идеального газа.

Действительно написав, уравнение Менделеева-Клапейрона для двух состояний конкретного газа определённой массы

$$P_1V_1=\frac{m}{M}RT_1;\ P_2V_2=\frac{m}{M}RT_2$$

и поделив их друг на друга, получим уравнение:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}. \qquad (2.4)$$

Выражение (2.4) носит название ***объединенного газового закона***, который в самом общем виде связывает параметры начального и конечного состояний (для определённой массы газа).

Исторически уравнения (2.2) и (2.4) были получены путем обобщения опытных законов, описывающих так называемые изопроцессы, т.е. процессы, происходящие с данной массой газа при одном постоянном параметре. Особую роль в физике и технике играют три изопроцесса: изотермический ($T$=const.), изохорный ($V$=const.) и изобарный ($P$=const.).

Далее рассмотрим законы, описывающие эти процессы

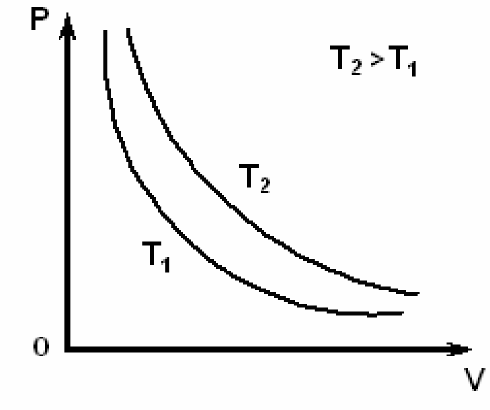


Рис.2.1. Изотермы идеального газа

***Закон Бойля Мариотта*** (*$T$=const.*, *$m$= const).* Для данной массы газа при по стоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$PV$=const. Кривая ( рис.2.1) зависимости $P$ от $V$ при постоянной температуре называется изотермой. Изотермы–гиперболы, расположенные на графике, тем выше, чем выше температура происходящего процесса

***Закон Гей − Люссака (P=const; m=const).*** Объем данной массы газа при постоянном давлении увеличивается пропорционально температуре (рис. 2.2):

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}.$$

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным.

На диаграмме в координатах $V$, $T$ этот процесс изображается прямой, называемой изобарой.

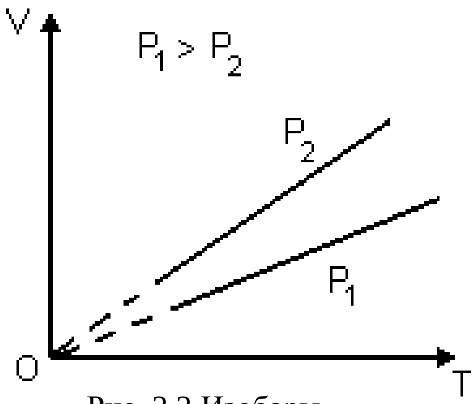


Рис. 2.2.Изобары идеального газа

***Закон Шарля ( V=const; m=const).*** Давление данной массы газа при постоянном объеме увеличивается пропорционально температуре ( рис.2.3):

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{T_1}{T_2}.$$

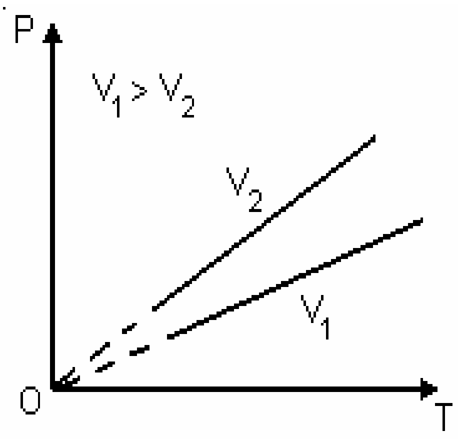


Рис.2.3.Изохоры идеального газа

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется изохорным. На диаграмме в координатах $P$, $T$ он изображается прямой, называемой изохорой.

***Закон Авогадро.*** Моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы.

При нормальных условиях этот объем равен $V_н$ =22,41 $10^{-3}$ $м^3$/моль.

***Закон Дальтона***. Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов:

$$P=P_1+P_2+...+P_n. \qquad (2.5)$$

Парциальное давление − это давление, которое оказывал бы один из составляющих смесь газ, если бы он занимал объем, равный объему смеси при той же температуре. Выразив $P_1$, $P_2$, $P_n$ и т.д. по формуле (2.3),получим

$$P=n_1kT+ n_2kT+...+n_nkT,$$

где $n_1$, $n_2$,. . ., $n_n$ – концентрации соответствующих составляющих смесь газов.

Далее перейдём к молекулярно-кинетическому описанию основных свойств идеальных газов.

***Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов.*** Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

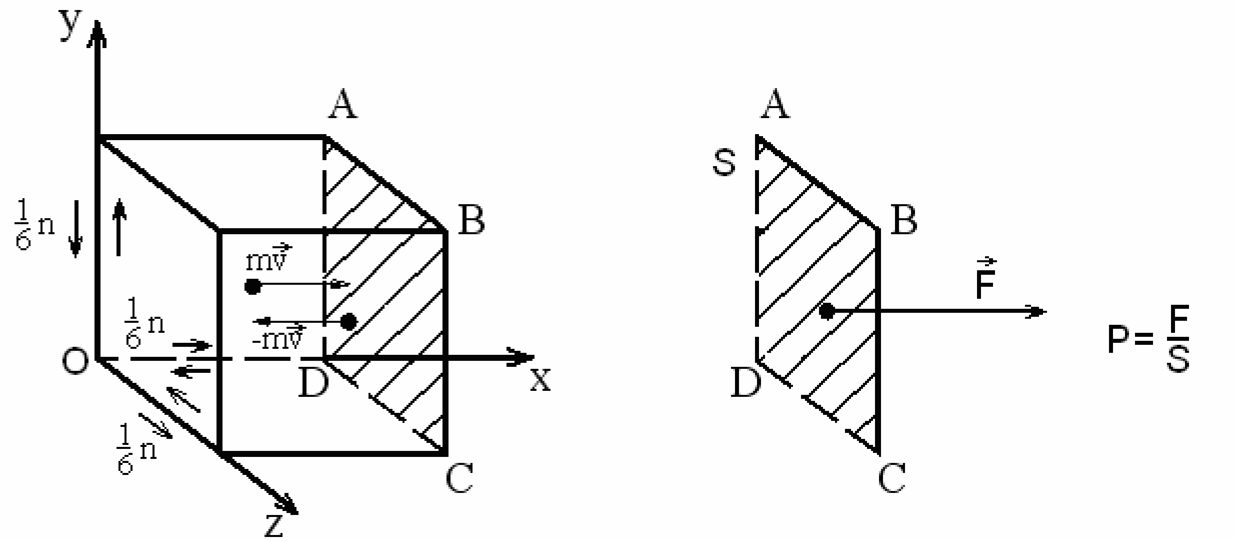



Рис.2.4. Передача молекулой своего импульса стенке сосуда

устанавливает взаимосвязь между одним из основных свойств газов оказывать давление на стенки сосуда, внутри которого он находится, и средней кинетической энергией теплового хаотического движения его молекул.

Давление газа на стенку сосуда обусловлено ударами молекул и с молекулярно – кинетической точки зрения численно равно коллективному импульсу, который передают они единице площади поверхности за единицу времени. Понятно, что чем больше кинетическая энергия движения каждой молекулы, тем больше сила, возникающая при их ударах о стенку. Кроме того, чем больше молекул в единице объёма $n$, тем чаще они ударяются об неё. В курсе средней школы было показано, что давление газа равно 2/3 от средней кинетической энергии поступательного движения молекул, которые находятся в единице объёма газа.

$$P=\frac{2}{3}n\langle e_{К}\rangle, \qquad (2.6)$$

где $\langle e_{К}\rangle$, – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

Это уравнение имеет очень большое значение и называется ***основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов.***

## *Следствия из основного уравнения МКТ идеальных газов.*

1. $PV=(2/3)\langle E_{К}\rangle$, (2.7)

где $\langle E_{К}\rangle=nV\langle e_{К}\rangle=N\langle e_{К}\rangle$ – средняя кинетическая энергия всех молекул в объёме $V$, а $N$ – общее число частиц в объёме $V$.

Произведение давления газа на его объём равно 2/3 от средней кинетической энергии всех молекул, находящихся в объёме сосуда.

2. $<e_К>=\frac{3}{2}kT.$

(2.8)

Из сравнения (2.7) с уравнением (2.2) для одного моля:

$$PV_\mu=(2/3)N_A<e_К> \text{ и } PV_\mu=RT,$$

где $N_A=6{,}02\cdot10^{-23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро, следует, что

$$<e_К>=\frac{3}{2}kT.$$

Переходя к новой постоянной $k=\frac{R}{N_A}=1{,}3\cdot10^{-23}$ Дж/К - постоянной Больцмана получим выражение $<e_К>=\frac{3}{2}kT.$

3.Из формулы (2.8) следует физический смысл термодинамической (абсолютной) температуры

$$T=\frac{2}{3k}<e_К>:$$

Термодинамическая (абсолютная) температура пропорциональна средней кинетической энергии хаотического поступательного движения молекул, поэтому определим абсолютную температуру как меру интенсивности теплового хаотического движения молекул, в этом её глубокий физический смысл. Из выражения $T$ следует, что при $T=0$К прекращается поступательное движение молекул. Однако при $T=0$К прекращаются не только поступательное, но и вращательное движение, однако сохраняются так называемые нулевые колебания, имеющие квантовый характер.

4. $<V_{КВ}>=\sqrt{\frac{3\kappa T}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$,

(2.9)

следует из равенства $<e_К>=\frac{m<Vкв>^2}{2}=\frac{3}{2}kT,$

где $<V_{КВ}>$ - среднеквадратичная скорость молекул газа.

***Внутренняя энергия идеального газа.*** Согласно молекулярно-кинетической модели, идеальный газ – это система хаотически движущихся невзаимодействующих материальных точек. Так как между молекулами нет сил взаимодействия, следовательно, молекулы такого газа не обладают потенциальной энергией. Кроме того, атомы идеального газа в нашем приближении представляют собой материальные точки, не имеющие внутренней структуры, а значит, не имеющие и энергии, связанной с движением и взаимодействием частиц внутри атома. Таким образом, внутренняя энергия идеального газа представляет собой только сумму значений кинетической энергии хаотического движения всех его молекул:

$$U=\sum<e_К>,$$

где $<e_К>$ - средняя кинетическая энергия теплового хаотического движения одной молекулы (2.8).

Расчеты показывают, что внутренняя энергия произвольной массы идеального газа имеет вид:

$$U=\frac{i}{2}n\,RT, \qquad (2.10)$$

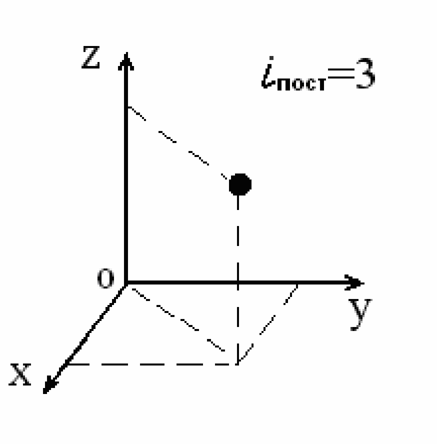


Рис.2.5. Одноатомная молекула

где $i$ - число степеней свободы одной молекулы; $n=\frac{m}{M}$ число молей в данной массе; $R$=8,31Дж/моль·К.

Покажем, как было получено выражение (2.10).Для этого введём понятие числа степеней свободы и определим кинетическую энергию одной молекулы.

***Числом степеней* свободы** мы назовем число координат, полностью определяющих направления независимых различных видов движения молекулы в пространстве. Для пояснения сказанного рассмотрим одноатомную молекулу. Одноатомная молекула как материальная точка может двигаться только поступательно, и её скорость при любом направлении движения может быть разложена на три взаимно перпендикулярные произвольно выбранные в пространстве оси $XYZ$ (рис.2.5). Из-за полной хаотичности движения все направления движения являются равновероятными, средние значения скоростей по всем направлениям одинаковы и проекции средних скоростей по любым направлениям осей $XYZ$ равны между собой. Так как средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы (2.8):

$$<e_К>=\frac{3}{2}kT,$$

то на то на одно из направлений движения в среднем придется, очевидно, 1/3 этой энергии, т.е. $<e_К> = \frac{1}{2}kT.$

Итак, ***для одноатомной молекулы*** число степеней свободы равно 3, и поскольку они определяют поступательное движение, то и называются поступательными ($i_{пост}$=3).

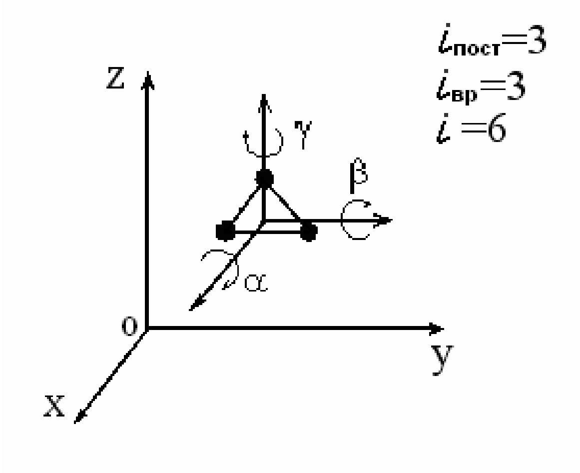



Рис.2.6. Трёхатомная молекула

Отметим, что для ***трёх*** − и ***многоатомных жёстких молекул***, центры масс которых движутся поступательно, а сами молекулы вращаются, энергия молекул увеличивается на значение кинетической энергии вращательного движения. Скорость вращательного движения можно также разложить на три независимых вращения вокруг трёх взаимно перпендикулярных произвольно выбранных в пространстве осей (рис.2.6) и задать любое вращение с помощью 3 независимых углов ( $a, b, g$ ), т.е. 3 вращательных степеней свободы ($i_{вр}$=3). Так что трёх − и ***многоатомные жёсткие*** молекулы характеризуются шестью степенями свободы ($i = i_{пост} + i_{вр}$=6).

Двухатомной жёсткой молекуле (гантели) следует оставить только две вращательные степени свободы, так как вклад в кинетическую энергию может дать вращение только вокруг двух осей XX и ZZ ( $i_{вр}$=2). Поэтому ***двухатомная жёсткая*** молекула кроме трех поступательных $i_{пост}$=3 будет иметь ещё две вращательных $i_{вр}$=2 степени свободы, итого $i$=5 ( рис.2.7). Согласно теореме Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул газа, находящегося в состоянии теплово- го равновесия, на каждую степень свободы ( поступательную или вращательную) в среднем приходится энергия $<e_К>=\frac{1}{2}kT.$ Поэтому молекула, имеющая $i$ степеней свободы будет иметь среднюю кинетическую энергию:

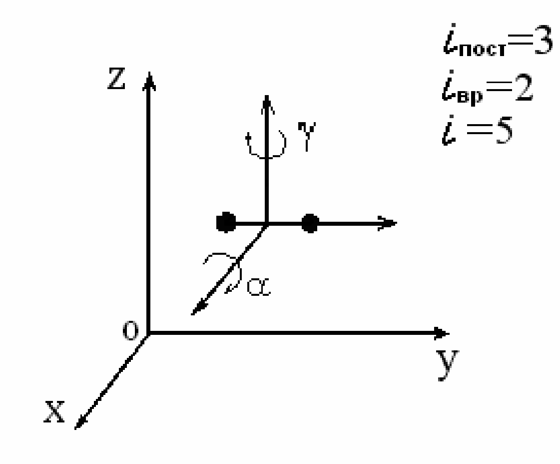



Рис 2.7.Двухатомная молекула

$$\langle e_К \rangle = \frac{i}{2}kT.$$

Подсчитаем внутреннюю энергию одного моля идеального газа, в котором находится, как известно, число частиц, равное числу Авогадро $N_A$=6,02·10$^{23}$моль$^{-1}$:

$$U_\mu = N_A(i/2)kT = \frac{i}{2}RT,$$

где $R=kN_А$.

Для произвольной массы идеального газа имеем:

$$U = n\frac{i}{2}RT, \tag{2. 11}$$

где $n = \frac{m}{M}$ – число молей в данной массе газа.

Как видно из выражения (2.11) внутренняя энергия газа зависит только от температуры и сорта газа через число степеней свободы молекулы, поэтому она является функцией состояния и не зависит от того, каким путём газ перешёл в данное состояние.

***Распределение молекул по скоростям их хаотического движения. Закон Максвелла.*** Если взять некоторую массу газа, которая занимает постоянный объем, а температура и давление ( а следовательно, и концентрация молекул) этого газа не изменяются с течением времени, то говорят, что газ находится в равновесном состоянии, и, если внешние условия при этом не будут меняться, то в таком состоянии газ может оставаться сколь угодно долго. Возникает вопрос, а будут ли одинаковыми скорости молекул, если газ находится в состоянии равновесия? Выводя основное уравнение состояния (2.6), в школьном курсе физики предполагалось, что молекулы движутся с различными скоростями, именно поэтому давление газа связано со среднеквадратичной скоростью молекул, как величиной, характеризующей всю совокупность молекул в целом. Действительно, как показали эксперименты, в которых непосредственно были измерены скорости молекул, а также распределение молекул по скоростям ( опыт Штерна), скорости молекул газа имеют весьма различные значения. Молекулы движутся с различными скоростями, причем среди частиц, движущихся с разными скоростями, условно можно выделить медленные частицы, частицы, движущиеся с наиболее вероятной скоростью (как покажем далее, довольно близкой к введенной нами ранее среднеквадратичной скорости) и, наконец, совокупность быстро движущихся частиц. При этом число медленно движущихся частиц оказывается меньшим, чем число быстро движущихся.

При теоретическом подходе к задаче о получении распределения молекул по их скоростям возникает типично статистическая задача, когда имеется равновесная система (газ), состоящая из огромного числа невзаимодействующих частиц, в которой нельзя указать число молекул, которые обладают точно заданной скоростью $V$. Действительно, в каждый момент времени из-за соударения частиц друг с другом и со стенками сосуда происходит непрерывный обмен скоростями между молекулами, и даже у отдельной частицы из-за огромного числа соударений, которые ежесекундно она испытывает, скорость меняется непрерывно.

Выдающийся английский ученый Дж. Максвелл (1831—1879) теоретически изучил хаотическое движение молекул газа. В 1850 г. с помощью теории вероятности Максвелл решил задачу о нахождении математического выражения закона распределения молекул по скоростям их хаотического движения, когда газ находится в равновесном состоянии.

В системе, состоящей из $N$ частиц, невозможно определить число молекул, обладающих в данный момент времени точно заданной скоростью, поэтому рассматривают число молекул $\Delta N$, скорости которых лежат в интервале от $V_1$ до $V_2$

Тогда $\frac{\Delta N}{N}$ показывает, какую часть от общего числа молекул составляют те молекулы, скорости которых находятся в заданном интервале $\Delta V = V_1 - V_2$. Ясно, что если, например, для молекул азота взять одинаковые интервалы скоростей $\Delta V$ =105—100 м/с=5 м/с и $\Delta V$=505—500 м/с=5 м/с, то число молекул в этих интервалах будет разным, поскольку при заданной температуре одни скорости движения молекул встречаются чаще, другие – реже.

Относительное число молекул, скорости которых лежат в малом интервале $\Delta V$,пропорционально этому интервалу и зависит от скорости, в области которой выбран этот интервал:

$$\frac{\Delta N}{N} = f(V)\,\Delta V. \qquad (2.12)$$

Функция $f(v)$, зависящая от скорости, называется функцией распределения молекул по скоростям их хаотического движения, или функцией Максвелла. Выразив функцию Максвелла из (2.12), определим её физический смысл:

$$f(V) = \frac{\Delta N / N}{\Delta V}.$$

Функция Максвелла $f(V)$ численно равна доле частиц от их общего числа, скорости которых лежат в единичном интервале скоростей вблизи рассматриваемой скорости.

Рассчитанная Максвеллом функция $f(v)$ имеет вид:

$$f(V)=4p\left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mV^2}{2kT}} V^2,$$

где $m$–масса молекулы, $k$=1,38·$10^{-23}\frac{Дж}{К}$ –·постоянная Больцмана,

$e$=2,7 − основание натурального логарифма.

Кривые максвелловского распределения молекул по скоростям (рис.2.8) имеют следующие особенности: они проходят через начало координат, и приближаются к оси Кривые максвелловского распределения молекул по скоростям (рис.2.8) имеют следующие особенности: они проходят через начало координат, и приближаются к оси абсцисс при бесконечно больших скоростях; имеют максимум; асимметричны (слева от максимума кривые идут круче, чем справа). То, что кривая максвелловского распределения проходит через начало координат, означает, что неподвижных молекул в газе нет. А из того, что кривая асимптотически приближается к оси абсцисс при бесконечно больших скоростях, следует, что очень большие скорости молекул маловероятны.

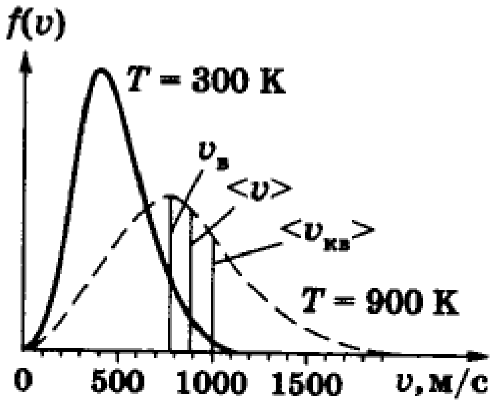



Рис.2.8.Распределение Максвелла

Скорость $V_В$, которая соответствует максимуму кривой распределения, является наиболее вероятной скоростью, так что основная часть молекул движется со скоростями, близкими к её значению.

$$V_В=\sqrt{\frac{2\kappa T}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

где $\frac{\kappa N_A}{mN_A}=\frac{R}{M}$, $M$–молярная масса газа; $N_A$=6,02·$10^{23}$ моль$^{-1}$ – число частиц в одном моле ( число Авогадро); $R$=8,31 Дж/моль·К − универсальная газовая постоянная.

По графику видно, что большинство молекул газа движется со скоростями, близкими к наиболее вероятной скорости, тогда как число молекул, имеющих очень малые и очень большие скорости, мало. Кривая распределения Максвелла позволяет найти среднюю арифметическую скорость молекулы:

$$\langle V_{АР}\rangle=\frac{V_1+V_2+...+V_N}{N},$$ которая имеет расчетное значение:

$$\langle V_{АР}\rangle=\sqrt{\frac{8RT}{pM}}.$$

Таким образом, существуют три скорости, характеризующие равновесное состояние газа:

$$<V_{КВ}> = \sqrt{\frac{3RT}{M}},\ <V_{АР}> = \sqrt{\frac{8RT}{pM}},\ V_В = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

при этом ($<V_{КВ}>$ ) > ( $<V_{АР}>$ ) >. $V_В$.

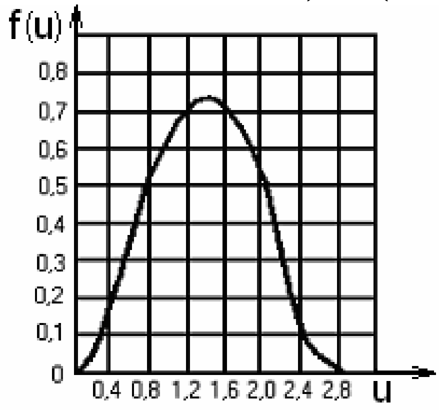



Рис.2.9.Распределение Максвелла по относительным скоростям u

Можно показать, что площадь под кривой функции распределения при любой температуре остаётся неизменной и равной единице, а так как с повышением температуры наиболее вероятная скорость возрастает, то максимум функции Максвелла сдвигается в сторону больших скоростей и понижается. Следовательно, с ростом температуры возрастает относительное число молекул, обладающих большими скоростями.

Конкретный вид функции распределения *f(V)* зависит от рода газа ( массы молекулы) и температуры *T*. Однако, если ввести относительную скорость $u=V/V_В$, тогда функция Максвелла примет вид:

$$f(u) = \frac{\Delta N / N}{\Delta V} = \frac{4}{\sqrt{p}}\ e^{-u^2} u^2$$

Если теперь по оси абсцисс откладывать значение относительной скорости $u$, то для всех температур и любых масс молекул получится одна и та же кривая (рис.2.9). Кривая имеет максимум при $u=1$, что соответствует значению скорости $V$, равной наиболее вероятной скорости $V_В$. Относительное число молекул $\frac{\Delta N}{N}$, скорости которых лежат в данном интервале от $u$ до $u + \Delta u$, равно произведению ординаты кривой $f(u)$ на $\Delta u$, т.е. изобразится площадью столбика, заштрихованного на рис.2.9. Приведем пример расчета по этому графику. Найдем, какая часть общего числа молекул кислорода имеет при температуре 27°С скорости между 562 и 572 м/с.

Вычислим наиболее вероятную скорость

$$V_В = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}}\ \text{м/с} = 395\ \text{м/с}.$$

Найдем отношение скорости v, равной 562 м/сек, к наиболее вероятной скорости $V_В$= 395 м/с:

$$V/V_В = 562 : 395 = 1{,}42$$

пределим по рис.2.9 ординату, которая соответствует $u$= 1,42. Она равна 0,62. Ширина интервала скоростей равна 572 м/с—562 м/с= 10 м/с. Ее отношение к наиболее вероятной скорости равно $u= V/V_В$ =10/395=0,0253.

Если умножить эту дробь на ординату 0,62, то мы найдем $DN/N$, т.е. ту часть молекул, скорости которых заключены в заданном интервале 10 м/с. Таким образом,

$$\Delta N/N=0{,}62\cdot 0{,}0253=0{,}0156, \text{ или}$$

$$\Delta N/N=0{,}0156\cdot 100=1{,}56\%.$$

Так можно поступать только в случае не слишком широкого интервала скоростей, в противном случае необходимо проинтегрировать $dN/N$ в заданном интервале скоростей.

***Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле.*** До сих пор в кинетической теории газов мы считали, что на молекулы газа не действуют внешние силы. Поэтому можно предполагать, что молекулы равномерно распределены по объему сосуда. В действительности это предположение ошибочно. Молекулы любого газа всегда находятся в поле тяготения Земли. Если бы не было теплового движения молекул атмосферного воздуха, то все они упали бы на Землю. Если бы не было тяготения, то атмосферный воздух рассеялся бы по всей Вселенной. Совместные действия поля тяготения и теплового движения приводят к такому состоянию атмосферы, при котором давление газа (а следовательно и его концентрация), убывает с возрастанием высоты над Землей по закону:

$$P=P_0\cdot e^{-Mgh/(RT)}, \qquad (2.13)$$

где $P$ – давление газа на высоте $h$=0,а $P$ – на высоте $h$. Если с помощью барометра измерить давление $P_0$ и $P$, то по формуле (2. 13) можно по изменению давления определить высоту над уровнем, принятым за начало отсчёта высоты, поэтому формула (2. 13) называется барометрической.

Барометрическая формула позволяет получить соотношение между концентрациями газа на различных высотах

$$n=n_0\cdot e^{-mgh/(kT)}, \qquad (2.14)$$

где $n$ и $n_0$–концентрации молекул газа на высотах $h$ и $h_0$ соответственно, m–масса молекулы газа, $k$–постоянная Больцмана.

Из формулы (2.14) следует, что $n\to n_0$ при $T\to\infty$, т. е. повышение температуры приводит к выравниванию концентрации газа по всему предоставленному ему объему. При $T\to 0$ К $n\to 0$, т.е. молекулы под действием силы тяжести будут опускаться на дно сосуда.

Если учесть, что $mgh=E_П$ – потенциальная энергия молекулы в однородном поле тяготения вблизи поверхности Земли (при условии, что на уровне $h$=0 потенциальная энергия молекулы $E_п = 0$) ,то формулу (2.14) можно переписать в виде:

$$n = n_0 \cdot e^{-E_п/(kT)} \qquad (2.15)$$

Полученное соотношение является математическим выражением общего важного закона Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле любой природы. Из него следует, что при постоянной температуре концентрация молекул, а следовательно и плотность газа, больше там, где меньше концентрация его молекул.

До сих пор мы рассматривали равновесные состояния газа, т.е. такие состояния, которые со временем не меняются. При нарушении равновесия самопроизвольно возникают некоторые направленные процессы, которые всегда переводят систему из неравновесного состояния в равновесное и никогда наоборот. Здесь мы впервые встречаемся с существованием необратимости в явлениях природы. Далее мы рассмотрим такие необратимые процессы, как диффузия, теплопроводность и внутреннее трение, которые обусловлены непрерывным хаотическим движением молекул.

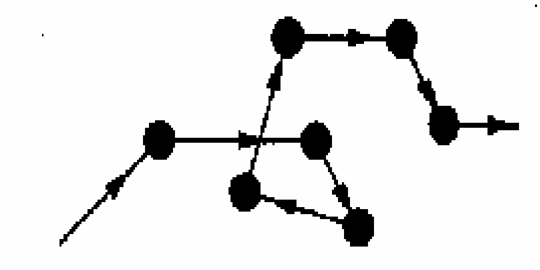


Рис.2.10.Траектория движения молекулы

Эти процессы имеют много общего и поэтому объединяются под общим названием: процессы переноса. Элементарная теория процессов переноса в газах основана на модели упругих шаров с диаметрами, равными эффективному диаметру молекул, и понятии длины свободного пробега.

***Средняя длина свободного пробега и эффективный диаметр молекул газа.*** При хаотическом движении происходят многочисленные столкновения молекул газа друг с другом (Рис.2.10).

Оказывается, что при нормальных условиях ($P_Н$ =$10^5$ Па, $T_Н$=373 К) каждая молекула газа за 1 с сталкивается с другими молекулами в среднем около $10^9$ раз. Здесь следует иметь в виду, что столкновения молекул надо понимать условно, так как молекулы никогда не сближаются до полного соприкосновения вследствие возникновения больших сил отталкивания между ними. Расстояния, на которые сближаются молекулы, зависят от взаимного направления скоростей их движения и от кинетической энергии их поступательного движения, т.е. от температуры. Следовательно, найденные из опытов диаметры молекул зависят от температуры и характеризуют размеры молекул лишь приближенно. Поэтому определенные таким путем числовые значения диаметров молекул называют эффективными диаметрами молекул.

Расстояние, которое молекула пролетает между двумя последовательными столкновениями, называют длиной свободного пробега и обозначают $l$ . Длины свободного пробега между отдельными столкновениями молекулы могут значительно отличаться друг от друга (рис.2.10). Поэтому пользуются понятием средней длины свободного пробега $< l >$:

$$<\lambda>=(\lambda_1+\lambda_2+...+\lambda_Z)/<Z_1> \qquad (2.16)$$

Если $<Z_1>$ обозначает среднее число столкновений молекулы газа за 1 с, то сумма в числителе формулы (2.16) будет выражать путь, пройденный молекулой за 1 с, т. е. среднюю скорость движения молекулы $<V_{\text{АР}}>$. Таким образом,

$$<\lambda> = <V_{\text{АР}}>/<Z_1> \qquad (2.17)$$

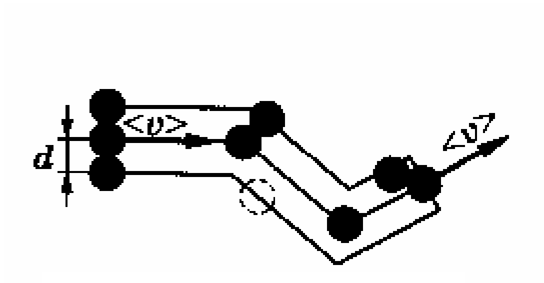



Рис.2.11.Столкновения молекулы

При нормальных условиях $<\lambda>$ для молекул воздуха составляет около $10^{-7}$ м, или 0,1 мкм. Из (2.17) можно определить число столкновений одной молекулы со всеми остальными за 1 секунду

$$<Z_1>=<V_{\text{АР}}>/<\lambda>.$$

Сделаем грубый подсчет числа столкновений молекулы за 1 с. Условно изобразим путь, пройденный молекулой за I с, прямой линией ( рис.2.11), длина которой $<V_{\text{АР}}>$. Пусть в окружающем пространстве на единицу объема приходится n молекул. Тогда наша молекула, двигаясь по прямой, столкнется со всеми теми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра радиусом $R$, равным эффективному диаметру молекулы $d_{\text{эф}}$.

Так как объем этого цилиндра $p R^2<V_{\text{АР}}>= p\, d^2_{эф}<V_{\text{АР}}>$, то всего молекул в нем будет $p\; d^2_{эф}<V_{\text{АР}}>n$. С этими молекулами и произойдут столкновения за 1 с. Таким образом, $<Z_1>=p\; d^2_{эф}<V_{\text{АР}}>n$. Учёт того факта, что молекула сталкивается с движущимися молекулами, даёт:

$$<Z_1>=\sqrt{2}\, p\; d^2_{эф}<V_{\text{АР}}>n.$$

Подставляя найденное значение $<Z_1>$ в (2.17), получим

$$<\lambda>=\frac{1}{\sqrt{2}pd^2_{эф}<V_{AP}>n}, \qquad (2.18)$$

выражая концентрацию $n$ из уравнения (2.3) $P=nkT$ и подставляя в (2.17) получим

$$<\lambda>=\frac{kT}{\sqrt{2}pd_{эф}^{2}<V_{AP}>P}.$$

Расчеты показывают, что общее число столкновений $<Z_1>$ между всеми молекулами за 1 секунду

$$<Z>=\frac{1}{2}<Z_1>nV.$$

***Явления переноса***. Если газ не находится в состоянии равновесия, например, плотность газа в различных частях объёма неодинакова или разные части объёма газа имеют различные температуры, или внутри газа существуют слои с различными относительными скоростями направленного движения, то тепловое хаотическое движение и столкновения молекул приведут через некоторое время к выравниванию этих неоднородностей за счет самопроизвольно возникающих потоков вещества ( явление диффузии), тепловой энергии ( явление теплопроводности), а также возникающих сил трения между слоями газа (внутреннее трение или вязкость). Вначале эти три явления исследовались опытным путем. При этом удалось, не вникая в молекулярный механизм явлений переноса, установить экспериментальные законы, которым они подчиняются.

Строгие методы расчета явлений переноса довольно сложны, поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением микроскопического механизма этих явлений в той степени, которая позволит нам выявить основные присущие им закономерности.

***Диффузия. Закон Фика.*** Явление диффузии заключается в переносе массы из мест, где его плотность выше (больше концентрация, т.к. $\rho = m \cdot n$ ) в те места, где плотность его меньше.

Наблюдения показывают, что при диффузии через некоторую площадку $\Delta S$ переносится тем большая масса газа $\Delta M$, чем больше размеры площадки $\Delta S$, чем за больший промежуток времени $\Delta t$ наблюдается диффузия и чем скорее меняется в направлении, перпендикулярном к $\Delta S$, плотность $r$ газа. Проведем ось OX нормально к площадке $\Delta S$; пусть $r$ плотность рассматриваемого газа в двух точках, отстоящих друг от друга на отрезок $\Delta x$ отличается на $\Delta r$, тогда величина $\frac{\Delta r}{\Delta x}$ характеризует изменение плотности газа на единицу длины в направлении оси OX; эта величина называется градиентом плотности. Следовательно, $\Delta M$ пропорционально градиенту плотности $\frac{\Delta r}{\Delta x}$, величине площадки $\Delta S$ и времени переноса массы $\Delta t$.

$$\Delta M = -D\left(\frac{\Delta r}{\Delta x}\right)\Delta S\,\Delta t. \qquad (2.19)$$

Величина $D$, зависящая от сорта газа и от условий, при которых он находится, называется коэффициентом диффузии. Знак минус означает, что масса переносится в сторону уменьшения плотности газа.

Формула (2.19) характеризует явление диффузии с макроскопической точки зрения и называется уравнением диффузии или законом Фика. Рассмотрим теперь молекулярно – кинетической механизм явления диффузии.

Если газ находится в равновесном состоянии, потоки частиц в любом направлении и обратном компенсируют друг друга. При наличии градиента плотности, например, вдоль произвольно выбранной в газе оси OX (плотность растёт в направлении, обратном оси OX) потоки хаотически движущихся частиц в направлении оси OX и обратном не будут уравновешивать друг друга, т.к. концентрация частиц слева больше, чем справа (рис. 2.12). В результате возникнет преимущественный поток частиц слева направо, а с ним перенос молекулами своих масс. Расчёт, основанный на учете того, что молекулы, хаотически двигаясь, непрерывно сталкиваясь, перемешивают газ, дают молекулярно кинетическое выражение закона Фика.

$$\Delta M = -\frac{1}{3}<l><V_{AP}>\left(\frac{\Delta r}{\Delta x}\right)\Delta t.$$

Сравнивая его с выражением (2.25) видим, что коэффициент диффузии $D=\frac{1}{3}<l>< V_{AP}>$.

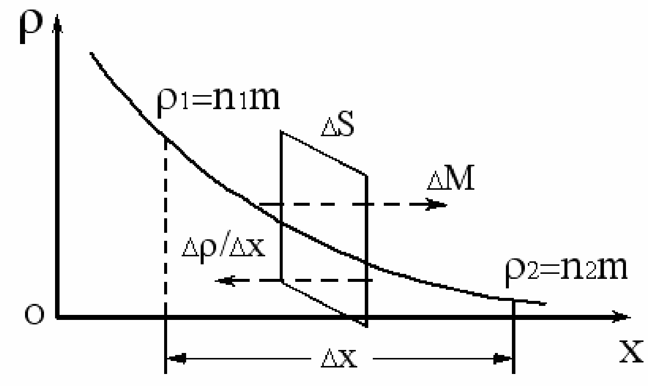



Рис.2.12. Перенос массы в направлении убыли плотности

Следовательно, коэффициент диффузии $D$ пропорционален средней длине свободного пробега и средней арифметической скорости молекул.

Учитывая, что $<l>$ обратно пропорциональна давлению газа, а $<V_{AP}>$ зависит от температуры и природы газа:

$$<V_{AP}>=\sqrt{\frac{8RT}{pm}},$$

то понятно, что активность процесса диффузии возрастает с увеличением температуры при понижении давления, а также зависит от природы газа.

***Теплопроводность. Закон Фурье.*** Теплопроводность возникает при наличии температурной неоднородности, вызванной, например, каким-либо внешним источником тепла. С макроскопической точки зрения явление теплопроводности в газе заключается в переносе некоторого количества тепла $\Delta Q$ от более горячего слоя к более холодному. Если изменение температуры $T$ происходит только в направлении оси OX, то через площадку $\Delta S$, перпендикулярную к оси OX ( рис.2.13), за время $\Delta t$ будет перенесено количество тепла $\Delta Q$ тем большее, чем больше площадка $\Delta S$, чем больше тот промежуток времени $\Delta t$, за который наблюдается перенос тепла, и чем быстрее происходит изменение температуры $T$ в направлении оси OX, т. е. чем больше градиент температуры $\frac{\Delta T}{\Delta x}$. Следовательно, мы можем написать:

$$\Delta Q = - c \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \qquad (2.20)$$

где$\chi$–коэффициент теплопроводности, зависящий от сорта газа и от условий, при которых он находится. Знак минус означает, что теплота $\Delta Q$ переносится в сторону убывания температуры $T$. Формула (2.20), описывающая явление теплопроводности, называется уравне-нием теплопроводности или ***законом Фурье.***

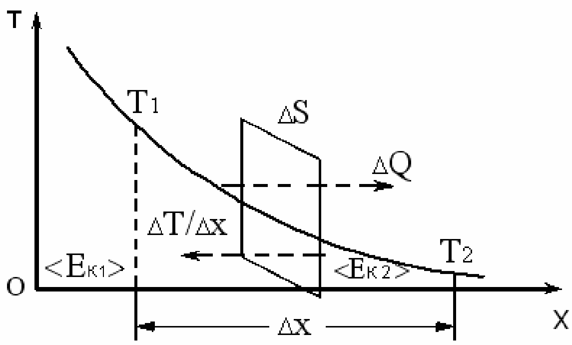



Рис.2.13.Перенос теплоты в сторону уменьшения температуры

Рассмотрим далее молекулярно-кинетический механизм явления. При наличии разности температур, вызванной какими-либо внешними причинами, молекулы газа в разных местах его объёма будут иметь разные средние кинетические энергии и хаотическое тепловое движение молекул приведёт к направленному переносу их средних кинетических энергий (рис.2.13).

Молекулы, попавшие из нагретых частей объема газа в более холодные, отдают часть своей энергии окружающим частицам. Наоборот, медленнее движущиеся молекулы, попадая из холодных частей объема газа в более нагретые, увеличивают свою энергию за счет соударения с молекулами, имеющими большие скорости и, соответственно, энергии. Молекулярно кинетический расчет позволяет определить $\Delta Q$:

$$\Delta Q = -\ (1/3)\ c_V\ r<l><V_{AP}>(\Delta T/\Delta X)\ \Delta S \Delta t,$$

где $c_V$ – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме (количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы газа на единицу температуры при постоянном объёме).

***Сравнивая это выражение с (2.20) видим, что***

$$\chi = (1/3)\ c_V\ \rho <\lambda><V_{AP}>.$$

***Внутреннее трение (вязкость). Закон Ньютона.*** Внутреннее трение (вязкость) связано с возникновением сил трения между слоями газа, перемещающимися параллельно друг другу с различными по модулю скоростями. Со стороны слоя, движущегося быстрее, на более медленно движущийся слой действует ускоряющая сила. Наоборот, медленнее перемещающиеся слои тормозят более быстро движущиеся слои газа. Силы трения, которые при этом возникают, приложены к соседним слоям, равны по величине, противоположны по направлению и касательны к поверхности, разделяющей соседние слои газа.

$$F = -\ h\left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right) DS, \qquad (2.21)$$

где $h$–коэффициент внутреннего трения, $\frac{\Delta u}{\Delta x}$–градиент скорости, $\Delta S$ – площадка, к которой приложена сила $F$. Выражение (2.21) носит название закона внутреннего трения Ньютона.

С молекулярно-кинетической точки зрения внутреннее трение возникает в результате наложения хаотического теплового движения молекул на упорядоченное движение слоев газа с различными скоростями $\vec{u}$. Рассмотрим два слоя A и B газа, движущихся параллельно друг другу со скорос-тями $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ (рис.2.14).

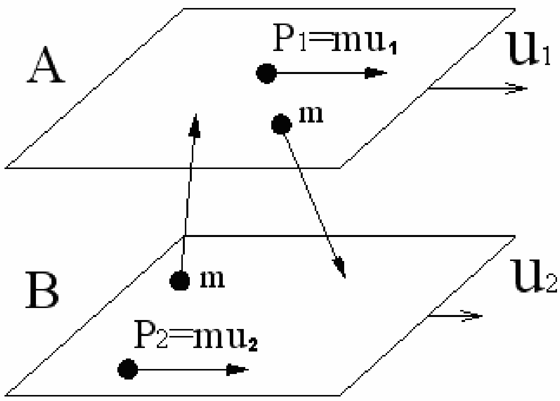



Рис.2.14. Два слоя газа

Благодаря тепловому движению молекул со скоростями V, молекулы из слоя $B$ переходят в слой $A$ и «переносят» в этот слой импульсы $m\vec{u}_2$ своего упорядоченного движения. Если $\vec{u}_1 > \vec{u}_2$, то такие молекулы при столкновениях с частицами слоя $A$ ускоряют свое упорядоченное движение, а молекулы слоя $A$ замедляют. При переходе молекул из быстро движущегося слоя $A$ в слой $B$ они переносят большие импульсы $m\vec{u}_1$ и соударения между молекулами приводят к ускорению упорядоченного движения молекул слоя $B$. В результате этих процессов переноса импульсов молекулами, между слоями $A$ и $B$ возникают силы трения, направленные, как уже сказано выше, по касательной к поверхности соприкосновения слоев.

Молекулярно − кинетический расчет позволяет получить выражение $F$

$$F = -\frac{1}{3} r < l > < V_{AP} > \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta S.$$

Сравнивая это выражение и (2.21), видим, что:

$$\eta = \frac{1}{3} r < l > < V_{AP} >.$$

Из сравнения выражений для D, $<\lambda>$ и $\eta$ видна их взаимосвязь:

$$D = l/(c_V r); \quad c = c_V h; \quad h = rD.$$

Анализ полученных формул показывает, что коэффициенты теплопроводности и внутреннего трения не зависят от давления, а зависят лишь от температуры.

## 2.2. Термодинамика

***Основные законы термодинамики.*** Исторически развитие термодинамики как науки произошло в процессе создания паровых (тепловых) машин, когда возникла необходимость научиться эффективно преобразовывать тепло-вую энергию в механическую работу. Однако законы, лежащие в основе термодинамики, имеют настолько общий характер, что в настоящее время термодинамические методы с большим успехом применяются для исследования разнообразных физических явлений, для изучения свойств вещества и для анализа различных процессов. Отметим, что и более глубокое понимание газовых законов требует обращения к термодинамике. Именно термо-динамика показывает, чем с энергетической точки зрения отличаются друг от друга термодинамические процессы. Не вдаваясь в рассмотрение микроскопической картины явлений, термодинамика рассматривает явления, опираясь на извлеченные из многочисленных опытов основные законы (начала). По этой причине выводы, к которым приходит термодинамика, имеют такую же степень достоверности, как и лежащие в ее основе законы. Основу термодинамики образуют ее два начала. Первое начало устанавливает количественные соотношения, имеющие место при превращениях энергии из одних видов в другие. Второе начало определяет условия, при которых возможны эти превращения, т. е. определяет возможные направления процессов.

Термодинамика – это раздел физики, в котором все явления природы изучаются с точки зрения обмена энергией между рассматриваемой системой и окружающей её средой. В дальнейшем в качестве термодинамической системы мы будем рассматривать идеальный газ.

Начнем с того, что напомним уже известное обстоятельство: внутренняя энергия $U$ идеального газа пропорциональна массе газа и температуре

$$U=\frac{i}{2}\frac{m}{M}RT.$$

При неизменной массе газа внутренняя энергия может изменяться в результате двух процессов ( как говорят, существуют два способа обмена энергией системы(газа) с окружающей средой, два «канала» энергообмена: а) вследствие совершения работы $A$; в этом случае объем газа должен изменяться (при расширении газ совершает работу над окружающими телами, например, отодвигая поршень; при сжатии газа окружающие тела совершают работу над газом); б) вследствие передачи теплоты $Q$ (от газа к окружающим телам или, наоборот, (от окружающих тел к газу). Таким образом, изменение $\Delta U$ внутренней энергии газа можно представить в виде:

$$Q=\Delta U+A. \qquad (2.22)$$

Энергия, подведённая к термодинамической системе в форме теплоты, расходуется на изменение её внутренней энергии и на работу, которую совершает система против действующих на неё внешних сил.

Выражение (2.22) представляет важнейший закон природы—закон сохра-нения и превращения энергии применительно к механической и тепловой энергиям. Этот закон получил название первого начала термодинамики. Для бесконечно малого участка процесса первое начало термодинамики имеет вид:

$$dQ=dU+dA.$$

Необходимо запомнить, что в отличие от внутренней энергии, которая одно-значно определяется тем состоянием, в котором находится система, работа и количество теплоты зависят не только от начального и конечного состояний газа, но и от процесса, по которому происходило изменение её состояния.

Формулировка первого начала термодинамики тесно связано с возникновением тепловых двигателей. В подобных машинах теплота сгорания топлива используется для получения работы, причем сама система периодически возвращается в исходное состояние. В таких случаях внутренняя энергия системы не изменяется, т.е. $\Delta U=0$. Тогда, согласно первому началу термодинамики возможно лишь, чтобы $A=Q$.Это означает, что невозможно создать периодически действующий механизм, который совершал бы работу, превышающую получаемую им энергию в форме теплоты. Воображаемая машина, совершающая работу, большую получаемого количества теплоты, называется вечным двигателем первого рода. Поэтому первое начало термодинамики можно сформулировать и так: вечный двигатель первого рода невозможен.

***Работа расширения идеального газа.*** Если газ расширяясь, передвигает поршень ( рис.2.15) на бесконечно малое расстояние dl, то производит над ним работу:

$$dA = Fdl = pSdl = pdV,$$

где $S$ – площадь поперечного сечения поршня, $dl$ – его перемещение.

Эта формула для работы справедлива при бесконечно малом изменении объема. Полная работа $A$, совершаемая газом при значительном изменении его объема от $V_1$ до $V_2$ будет иметь вид:

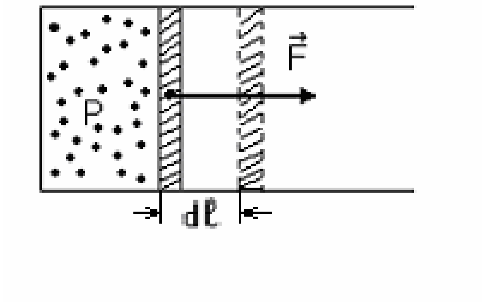


Рис.2.15. Перемещение поршня расширяемся газом

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV \qquad (2.23)$$

***Графическое* изображение *работы.***Если графически представить процесс в координатных осях $P - V$, то работа будет иметь наглядное графическое представление ( рис.2.16). При увеличении объема на $dV$ совершаемая

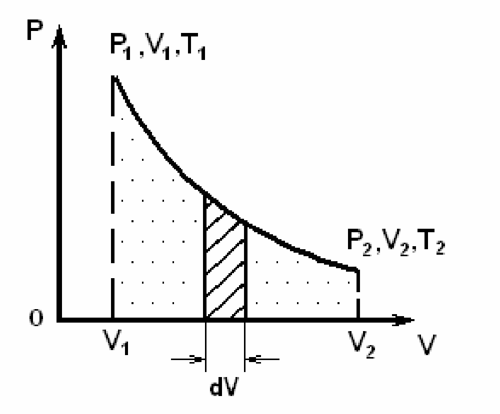


Рис.2.16. Процесс расширения газа

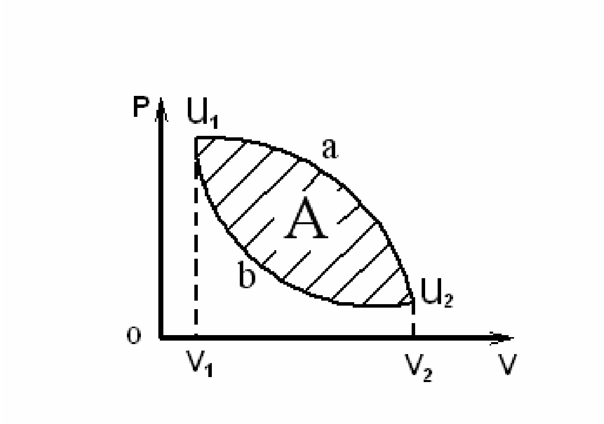


Рис.2.17. Цикл

газом работа равна $pdV$, т.е. определяется площадью закрашенной полоски шириной $dV$.Полная работа, совершаемая газом при расширении от объема $V_1$ до объема $V_2$, определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой $P(V)$ и прямыми $V_1$ и $V_2$. Заметим, что при расширении сам газ совершает работу($A$>0),а при сжатии газа $A$<0, т.к. над газом совершается работа. Если газ совершает круговой процесс ( циклический процесс), то работа, совершённая газом за цикл, численно равна площади цикла (рис.2.3). Пользуясь соотношением (2.2), вычислим работу, совершаемую газом при расширении в различных изопроцессах.

1.***При изохорном процессе V=const*** (рис.2.4), следовательно, приращение объема $dV=0$. Поэтому работа равна нулю: $A=0$.

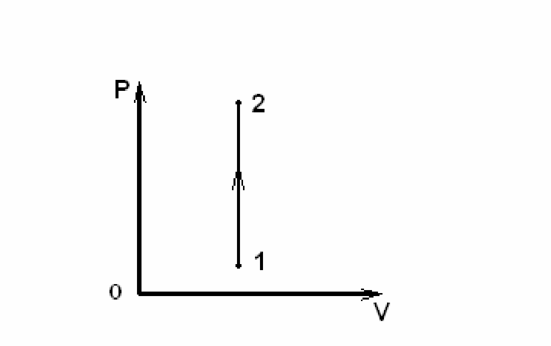



Рис.2.18. Изохорный процесс

2.***При изобарном процессе P=const*** (рис. 2.19). в соответствии с формулой (2.2) имеем

$$A=P\int_{V_1}^{V_2} dV=P(V_2-V_1).$$

Работа определяется произведением давления на изменение объема, что на рисунке соответствует площади прямоугольника с основанием $(V_2-V_1)$ и высотой $P=const$.

3***. При изотермическом процессе T=const*** (рис.2.2) Бесконечно малая работа изображается графически площадью полоски с основанием $dV$. Конечная работа изобразится площадью фигуры с основанием $(V_2–V_1)$, которая сверху ограничивается изотермой ($PV$=const.) Для расчёта $A=\int_{V_1}^{V_2} PdV$ выразим давление $P$ из уравнения Менделеева-Клапейрона $PV=\frac{m}{M}RT$,

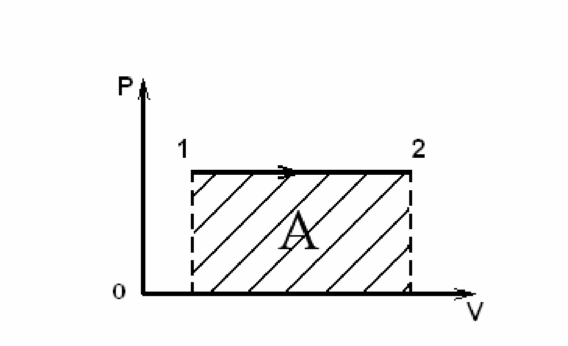



Рис.2.19. Изобарный процесс

подставим его в выражение работы и получим:

$$A=\int_{V_1}^{V_2} PdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{m}{M}RT\frac{dV}{V}=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}. \quad (2.24)$$

Подставив из уравнения изотермического процесса отношение $P_1/P_2=V_1/V_2$, в выражение (2.24), получим

$$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{P_1}{P_2}.$$

***Теплоёмкость идеальных газов.*** В термодинамике для характеристики тепловых свойств тел используются понятия теплоёмкости, удельной и молярной теплоемкостей.

***Теплоёмкость*** – это величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо для нагревания всей массы вещества на 1К

$$C=dQ/dT.$$

***Единица теплоёмкости*** $[C]=$Дж/К.

***Удельная теплоемкость –*** это величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо для нагревания единицы массы вещества на 1К

$c=dQ/(mdT)$, очевидно, $C=mc$.

***Единица удельной теплоёмкости*** – $[c]$=Дж/(кгК)

***Молярная теплоёмкость*** – это величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо для нагревания моля вещества на 1К.

$$C_м=dQ/(ndT)$$

($\nu$-количество молей вещества), очевидно, $C_м=cM$.

***Размерность молярной теплоёмкости*** – $[C_м]$=Дж/(моль К).

Необходимо строго различать, при каких условиях определена теплоемкость, т.е. происходит ли нагревание газа при постоянном объеме или при постоянном давлении. Для газов эти величины существенно различаются.

***Молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.*** $(dV=0)$ Если нагревание газа происходит при неизменном объеме, то работа газом при таком процессе не совершается. В этом случае передаваемое газу тепло идет только на изменение его внутренней энергии:

$$dQ=dU$$

и тогда молярная теплоёмкость ($\nu$=1 моль) газа при постоянном объёме

$$C_м=dQ/(ndT)=dQ/dT=dU/dT.$$

Так как для газа (в расчете на 1 моль) $U=\frac{i}{2}RT$, то

$$C_V=\frac{i}{2}R.$$

***Молярная теплоёмкость газа при постоянном давлении.*** При нагревании газа при постоянном давлении его объем меняется, сообщенное газу количество тепла идет не только на увеличение его внутренней энергии, но и на совершение работы:

$$dQ=dU+PdV.$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении равна:

$$C_P=\frac{dQ}{dT}=\frac{dU}{dT}+\frac{PdV}{dT}.$$

Для идеального газа (в расчете на 1 моль) $PV=RT$ и поэтому $PdV=RdT$. Учитывая это равенство,

$$C_P=C_V+R.$$

Это выражение носит называется уравнением Роберта Майера. Подставив в него выражение $C_V$, получим окончательно:

$$C_P=\frac{i}{2}R+R=\frac{i+2}{2}R.$$

Разделив его на $C_V$, получим

$$\frac{C_P}{C_V}=\frac{i+2}{i}=g\ . \qquad (2.25)$$

$g$ − называется коэффициентом Пуассона и представляет собой характерную для каждого газа величину. Как следует из (2.25), эта величина определяется числом степеней свободы молекулы. Для одноатомных газов $i$= 3, $\gamma$=1,67; для двухатомных – $i$ =5 и $\gamma$ = 1,4; для многоатомных $i$=5, $\gamma$ =1,33.Теоретические значения теплоемкостей и величины $\gamma$ при комнатной температуре близки к экспериментальным значениям.

***Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.*** Важным вопросом при оценке тепловых процессов является знание энергетических затрат на процесс и получаемая в результате совершения его работа, т. е. знание энергетической выгоды для конкретного процесса.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам позволяет более глубоко проанализировать их с точки зрения энергетических преобразований, сопровождающих изопроцессы.

Как вычисляется работа, производимая газом в изопроцессах, понятно из предыдущего параграфа. Изменение внутренней энергии находим по выражению

$$\Delta U=\frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T\ .$$

Посмотрим, как рассчитать то количество теплоты, которое необходимо сообщить газу для того, чтобы произошел тот или иной процесс, применяя к конкретному изопроцессу первое начало термодинамики,

$$Q=DU+A.$$

***1.Изотермический процесс (*** $T$***=const.,*** $m$***=const).*** При таком процессе, т.к. температура газа не меняется, то и внутренняя энергия сохраняет своё значение неизменным, поэтому $\Delta U$=0 и первое начало термодинамики для этого процесса будет иметь вид: $Q=A$.Таким образом, при изотермическом расширении газа энергия, полученная им извне в форме теплоты, целиком возвращается в окружающую среду в виде механической работы (2.24), которую газ производит над внешними телами, так что $Q=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$.

***2.Изохорический процесс* (*V*=const., *m*= const.).** Протекание такого процесса не сопровождается изменением объёма, а следовательно, и совершением работы ($A=P\Delta V$), поэтому вся энергия, подводимая к газу в форме теплоты, пойдёт на увеличение его внутренней энергии $Q=\Delta U$, поэтому

$$Q=\frac{i}{2}\frac{m}{M}RT=\frac{m}{M}C_V\Delta T.$$

***3.Изобарный процесс* (*P*=const., *m*=const.).** В изобарном процессе газ расширяется, и количество теплоты, переданное газу, идет на увеличение его внутренней энергии и на совершение им работы:

$$Q=\Delta U+A,$$

т.е. при изобарическом процессе в работу может быть превращена только часть энергии, полученной извне в форме теплоты.

$$Q=C_V\frac{m}{M}R\Delta T+P\Delta V$$

Заменяя по формуле (2.9) $P\Delta V=\frac{m}{M}R\Delta T$, получим

$$Q=C_V\frac{m}{M}\Delta T+\frac{m}{M}R\Delta T=\frac{m}{M}(C_V+R)\Delta T=\frac{m}{M}C_P\Delta T.$$

***Адиабатный процесс*.** Процесс, протекающий при полной тепловой изоляции газа ($\Delta Q=0$), называют адиабатным. Для такого процесса первое начало термодинамики запишется так:

$$A=-\Delta U \quad \text{или} \quad P\Delta V=-\frac{m}{M}C_V\Delta T,$$

откуда видно, при адиабатном расширении работа совершается за счёт расходования части внутренней энергии газа, в результате температура газа должна понижаться. При адиабатном сжатии за счет работы внешних сил увеличивается внутренняя энергия газа в результате температура газа должна повышаться. Если сжатие или расширение газа произвести достаточно быстро, то теплообмен произойти не успевает и в результате, даже без принятия мер к теплоизоляции газа, процессы будут происходить адиабатно. Можно показать, что уравнением адиабатного процесса является уравнение

$$PV^{\gamma}=\text{const.}, \qquad (2.26)$$

где $g = \dfrac{C_P}{C_V}$ – коэффициент Пуассона, который для всех газов >1.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона $PV = \dfrac{m}{M}RT$, выразим $P = \dfrac{m}{M}\dfrac{RT}{V}$ и, подставив его в уравнение (2.26), получим уравнение Пуассона, выраженное через параметры $T$ и $V$: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$.

***Работа газа при адиабатном процессе***

$$A = \int\limits_{V_1}^{V_2} PdV = -\frac{m}{M}C_V\int\limits_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{m}{M}C_V(T_2 - T_1) = \frac{m}{M}C_V(T_1 - T_2).$$

Используя уравнение Пуассона (2.26) для двух состояний $T_1V_1^{g-1} = T_2V_2^{g-1}$, выразим $T_2 = T_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{g-1}$ и, подставив в выражение работы, получим другой вид уравнения Пуассона:

$$A = \frac{m}{M}C_V\left[T_1 - T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{g-1}\right] = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{(g-1)}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{g-1}\right].$$

***Второе начало термодинамики.*** Первое начало термодинамики, выражая закон сохранения и превращения энергии, не позволяет установить направление протекания процессов в природе. Можно себе представить множество процессов, не противоречащих закону сохранения и превращения энергии (первому началу термодинамики), в которых энергия сохраняется, но в природе они не осуществляются. Например, при соприкосновении двух тел с разной температурой всегда более нагретое тело отдает тепло менее нагретому телу. Первое начало термодинамики не исключает обратного процесса – перехода тепла от менее нагретого тела к более нагретому, однако, такой переход самопроизвольно никогда не происходит. Этот факт, наблюдаемый всегда в окружающей нас природе, составляет суть одной из первых качественных формулировок второго начала термодинамики ″Самопроизвольно теплота может переходить только от более нагретого тела к менее нагретому и никогда наоборот″ (Клаузиус).

Точно так же газ, расширившийся и занявший объем какого-либо сосуда, никогда не соберется самопроизвольно в одной из его частей.

Можно привести множество реальных процессов, анализируя которые, мы увидим, что все они протекают в направлении приближения системы к состоянию теплового равновесия, причем в указанном направлении все они необратимы. В связи с этим встает общий вопрос, имеющий фундаментальное значение и составляющий суть второго начала термодинамики, вопрос о количественной мере самопроизвольного стремления всех реальных систем к состоянию теплового равновесия, из которого система самопроизвольно никогда не выйдет.

Решая экономические проблемы, человек всегда стремился преобра-зовать внутреннюю (тепловую) энергию тел в работу. Однако в системе тел, находящихся в состоянии теплового равновесия (имеющих одинаковую температуру), без внешнего вмешательства никакие процессы происходить не могут, т.е. с помощью тел, находящихся в тепловом равновесии, невозможно произвести никакой работы.

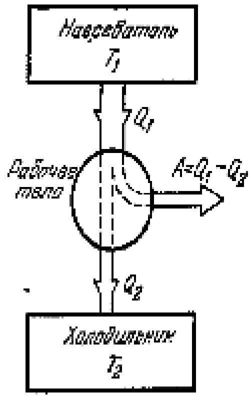
Это чрезвычайно важное ***утверждение о невозможности получения работы за счёт энергии тел, находящихся в тепловом равновесии,*** является ещё одной формулировкой второго начала термодинамики. Мы постоянно окружены значительным запасом тепловой энергии систем, находящихся в состоянии, близком к тепловому равновесию. Двигатель, работающий только за счёт энергии находящихся в тепловом равновесии тел, был бы на практике своего рода ″вечным двигателем″ ($A=Q$).Второй закон термодинамики исключает возможность построения такого, как говорят ″вечного двигателя второго рода″($A^{1}Q$).

Таким образом, работу можно произвести только с помощью системы тел, не находящихся в тепловом равновесии друг с другом.

Представим себе такую систему, как совокупность тел с различной температурой. Если мы просто приведём в контакт оба тела, то тепло просто перейдёт от горячего тела к холодному, но никакой работы при этом произведено не будет. Переход тепла от горячего тела к холодному является необратимым процессом, и этот пример демонстрирует общее правило: необратимые процессы препятствуют совершению работы.

Обозначим температуры тел в нашей системе как $T_1$ и $T_2$ (пусть $T_1>T_2$); более нагретое тело назовём нагревателем, а более холодное холодильником. Поскольку непосредственный обмен теплом между этими телами недопустим, то понятно, что для производства работы необходимо привлечь ещё одно вспомогательное тело; назовём его рабочим телом. В качестве этого тела возьмём газ (пары бензина, водяной пар и т.д.), который поместим внутрь цилиндрического сосуда под поршень.

Таким образом, ***основными частями любого теплового двигателя*** – устройства, предназначенного для преобразования внутренней энергии в механическую, являются: рабочее тело (газ), внутренняя энергия которого используется для преобразования в механическую; нагреватель – устройство, обеспечивающее увеличение температуры рабочего тела и холодильник – устройство, обеспечивающее охлаждение рабочего тела (рис.2.20).




2.20.Тепловая машина

Совокупность процессов, приводящих рабочее тело в первоначальное состояние, называется рабочим циклом тепловой машины (рис. 2.17).
Рассмотрим цикл тепловой машины, состоящий из процесса расширения газа при получении им теплоты $Q_1$ от нагревателя (процесс 1а2, рис.3.17) и дальнейшего сжатия с возвратом в исходное состояние (процесс 2b1), когда холодильнику отдаётся часть тепла, полученного от нагревателя $Q_2$.
Работа, совершённая газом за цикл, численно равна площади цикла

Из рис.2.20 видно, что, если бы газ вернулся в первоначальное состояние по такому же процессу (2а1), т е. при той же температуре, то какую работу совершит газ при расширении, такую же работу надо совершить, сжимая газ до первоначального состояния. Значит, от такого двигателя полезной работы не получить. Чтобы тепловой двигатель совершал полезную работу, необходимо, чтобы работа при расширении газа была больше, чем работа при его сжатии, а для этого надо сжимать газ при более низкой температуре. Вот для этого и нужен кроме нагревателя холодильник.

**Коэффициент полезного действия тепловой машины.** Нагреватель, имеющий температуру $T_1$ отдаёт газу (рабочему телу) количество теплоты $Q_1$. Газ, расширяясь, совершает работу. Для приведения рабочего тела (газа) в исходное состояние оно должно отдать холодильнику часть полученного от нагревателя тепла $Q_2$. Полезная работа за цикл равна $A=Q_1-Q_2$, а КПД двигателя

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}. \qquad (2.27)$$

КПД тепловой машины показывает, какая часть теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Из выражения КПД следует, что $\eta=1$, только, если $Q_2=0$, что не возможно, т.к. при этом цикл не будет замкнутым. Выражение (2.27) показывает, что КПД тепловых машин всегда меньше единицы, т.е. взятую от нагревателя теплоту нельзя полностью преобразовать в механическую энергию.

Французский инженер С. Карно в 1824 г., анализируя вопрос о максимальном повышении КПД тепловых машин, показал, что его максимальное значение даже в случае идеальной обратимой тепловой машины, работа которой не сопровождается необратимыми потерями энергии, должен быть меньше единицы

$$h_{К}=\frac{T_1-T_2}{T_1}. \qquad (2.28)$$

Из выражения (2.28) следует, что $h_К$ может быть равен единице только в случае, если холодильник будет иметь температуру абсолютного нуля $T_2=0$К, что не имеет смысла. Реально повышение КПД можно достигнуть путём увеличения температуры нагревателя и возможным понижением температуры холодильника.

Изложенное позволяет дать ещё одну формулировку второго начала термодинамики.

В циклически действующей тепловой машине невозможен процесс, единственным результатом которого было бы преобразование в механи-ческую работу всего количества теплоты, полученного от источника энергии–нагревателя.

**Необратимость тепловых процессов.** Изучая работу тепловой машины, мы ещё раз убедились в существовании необратимых процессов. Действительно, механическая энергия самопроизвольно и причём нацело превращается в тепловую её форму, обратный же процесс, как мы увидели, самопроизвольно никогда не происходит.

Закон, определяющий направление тепловых процессов, был сформулирован немецким физиком Клаузиусом. Клаузиус количественно сформулировал второе начало термодинамики при помощи введённой им физической величины – энтропии $(S)$.

Энтропия ( $S$), как и внутренняя энергия ( $U$),является функцией состояния системы, т.е. в каждом состоянии с определёнными параметрами $P$ и $T$ система имеет определённые значения не только энергии, но и энтропии. Используя понятие энтропии, Клаузиус так сформулировал второе начало термодинамики: при всех необратимых процессах, происходящих в замкнутой системе (т.е. системе, не обменивающейся теплом с окружающими систему телами), энтропия системы возрастает, достигая максимально возможного значения в состоянии теплового равновесия $\Delta S>0$.

Энергия замкнутой системы сохраняется, поэтому при любых процессах, происходящих в такой системе, энергия в начале и конце процесса одна и та же и по её значению нельзя отличить начальное состояние от конечного. По значению же энтропии можно судить, какое направление процесса является возможным (т.е. какое состояние является предыдущим, а какое–последующим). Очевидно, последующим состоянием системы будет то, для которого энтропия больше. Когда система достигнет состояния равновесия, энтропия примет максимально возможное значение.

Энтропия замкнутой системы при любом обратимом процессе в ней остается неизменной $\Delta S=0$. Обратимый тепловой процесс является всегда в большой или меньшей степени идеализацией. Процесс может быть практически обратимым лишь при условии, что изменение параметров системы происходит очень медленно и что сама она в каждый момент находится в состоянии равновесия. Только при этом условии возможен обратный процесс, в котором система проходит через ту же последовательность промежуточных состояний, как и в прямом. В результате она придет в исходное состояние, причем в окружающей среде никаких изменений не останется. Если промежуточные состояния не равновесны ( даже в отсутствие трения), то процесс всегда необратим.

Обобщая, вышесказанное можно утверждать, что энтропия замкнутой системы при своем изменении не может уменьшаться:

$\Delta S \geq 0$ .

С молекулярно-кинетической точки зрения состоянию равновесия соответствует полная хаотичность в движении молекул, т.е. можно сказать, что по мере приближения к состоянию равновесия увеличивается степень беспорядка в системе и одновременно растёт энтропия, откуда понятию энтропия можно дать определение как" мера беспорядка в системе".

**Энтропия идеального газа**. Согласно Клаузиусу, если система на бесконечно малом участке процесса получает тепло $dQ$ при температуре $T$, то отношение $\frac{dQ}{T}$ определяет бесконечно малое изменение энтропии:

$$dS=\frac{dQ}{T}$$

Изменение энтропии, происходящее при конечном термодинамическом процессе перехода системы из состояния $1 \to 2$:

$$\Delta S_{1\to 2}=S_2-S_1=\int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Расчёты показывают, что изменение энтропии при изотермическом процессе ($T_1$=$T_2$): $\Delta S=\frac{m}{M}R\ln\frac{V_2}{V_1}$;

# 3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

## 3.1. Кинематика

Задача 1.1. Материальная точка движется вдоль оси $OX$ по закону $x=2+3t^2-2t^3$, где $t$ – время в секундах, $x$ – координата в метрах. Найти мгновенные скорости в моменты времени $t_0=0$ и $t_1=1,25$ с, а также среднюю скорость в промежутке времени от $t_0$ до $t_1$.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $x=f(t)=2+3t^2+2t^3$<br>$t_0=0$<br>$t_1=1,25$ с.<br>—<br>$v_0=?$, $v_1=?$, $v_{cp}=?$ | Дифференцируя $x=f(t)$ по $t$, найдем алгебраическую величину мгновенной скорости вдоль оси $x$:<br>$v=\frac{dx}{dt}==6t-6t^2$. (1.1.1) |

В момент времени $t=t_0=0$ материальная точка имела координату:

$$x_0 = 2 + 3\cdot 0 - 2\cdot 0 = 2(\text{м})$$

и мгновенную скорость: $v_0= 6\cdot 0 - 6\cdot 0 = 0$ (м/с).

В момент времени $t=t_1=1,25$с соответственно:

$$x_1 = 2 + 3\cdot 1,25^2 - 2\cdot 1,25^3 = 2,78(\text{м});$$

$$v_1 = 6\cdot 1,25 - 6\cdot 1,25^2 = -1,86 \ (\text{м/с}).$$

Знак „–” перед $v_1$ говорит о том, что материальная точка в данный момент движется вдоль оси $OX$ справа налево.

Средняя скорость по определению равна $v_{cp}=S/(t_1-t_0)$, где $S$ – путь, пройденный за промежуток времени $t_1-t_0=t_1$ в данном случае. Было бы ошибкой считать $S$ как разность координат $x_0$ и $x_1$. Исследуя функцию $x=f(t)$, заданную уравнением второй степени относительно $t$, убедимся, что в промежутке от $t_0$ до $t_1$ она не возрастает монотонно от $x_0$ до $x_1$, а имеет максимум при $t_{max}=1$с со значением $x_{max}=3$м (в точке max функции ее первая производная обращается в 0, $dx/dt=0$ при $t_{max}$). Определив $t_{max}$, найдем $x_{max}$. Значит материальная точка от момента $t_0$ до $t_{max}$ прошла путь $x_{max}-x_0=S_1=3-2=1($ м) вправо; затем на мгновение остановилось в точке $x_{max}$, и, от $t_{max}$ до $t_1$, двигалась уже налево и прошла путь, равный $S_2=x_m-x_1=3-2,78=0,22$(м).

Таким образом, полный путь материальной точки и ее средняя скорость могут быть найдены как:

$$S = S_1 + S_2 = 1 + 0,22 = 1,22 \ (\text{м});$$

$$v_{cp.}=\frac{S}{t_1}=\frac{1,22}{1,25}=0,98(\text{м/с}). \qquad (1.1.2)$$

(Условие задачи содержит размерные величины в системе СИ, поэтому проверку единиц измерения искомых величин можно не выполнять).
Проверим размерность, используя формулы (1.1.1), (1.1.2):

$$[v] = \frac{м}{с}\ ;\ [v_{ср.}] = \frac{м}{с}.$$

Ответ: $v_0 = 0$; $v_1 = -1{,}86$ м/с; $v_{ср.} = 0{,}98$ м/с.

Задача 1.2. Зависимость пройденного телом пути от времен задана кинематическим уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0{,}1$ м/с²; $D = 0{,}03$ м/с³. Определить время после начала движения, через которое ускорение тела будет равно 2 м/с², а также найти среднее ускорение за этот промежуток времени.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$<br>$C = 0{,}1$ м/с²<br>$D = 0{,}03$ м/с³<br>$a_1 = 2$ м/с² | Дифференцируем $S$ по $t$, найдем алгебраическую величину мгновенной скорости, а затем ускорения: |
| $t = ?$<br>$a_{ср.} = ?$ | |

$$v = \frac{dS}{dt} = (A + Bt + Ct^2 + Dt^3)' = B + 2Ct + 3Dt^2; \qquad ($$

$$a = \frac{dv}{dt} = (B + 2Ct + 3Dt^2)' = 2C + 6Dt. \qquad (1.2.1)$$

Время от начала движения, за которое ускорение достигнет заданного значения, находим, решая (1.2.1) относительно $t$:

$$a = 2C + 6Dt;\ a - 2C = 6Dt;$$

$$t = \frac{a - 2C}{6D}.$$

Выполним подстановку значений коэффициентов $C$, $D$ и значения $a$ :

$$t = \frac{2 - 2\cdot 0{,}1}{6\cdot 0{,}03} = 10(с).$$

Проверим размерность: $[t] = \dfrac{\frac{м}{с^2} - \frac{м}{с^2}}{\frac{м}{с^3}} = с$.

Среднее значение ускорения находим как отношение приращения скорости за найденный промежуток времени к этому промежутку времени:

$$a_{ср.} = \frac{v_t - v_0}{t - 0}, \qquad (1.2.2)$$

где $v_0$ – скорость тела в момент времени, равный 0, то есть начало отсчета времени, причем $v_0 \neq 0$, поэтому перепишем (1.2.2) в виде

$$a_{ср} = \frac{v_t - v_0}{t}. \qquad (1.2.3)$$

Подставим выражения для $v_t = B + 2Ct + 3Dt^2$ и $v_0 = B + 2C \cdot 0 + 3D \cdot 0 = B$ в (1.2.3), получим конечное выражение для расчета $a_{ср}$ в нашей задаче.

$$a_{ср} = \frac{B + 2Ct + 3Dt^2 - B}{t} = 2C + 3Dt.$$

Расчет дает среднее значение ускорения за 10 секунд:

$$a_{ср} = 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}03 = 1{,}1.$$

Проверим размерность: $[a_{ср}] = \frac{м}{с^2} + \frac{м}{с^3} \cdot с = \frac{м}{с^2}$.

Ответ: Через 10 секунд после начала движения ускорение достигнет значения 2 м/с²; среднее значение ускорения за этот промежуток времени составит 1,1 м/с².

Задача 1.3. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A$=2 м/с, $B$=3 м/с², $C$ = 4 м/с³. Найти:

а) зависимость скорости $v$ и ускорения $a$ от времени $t$;

б) расстояние $S$, пройденное телом через время $t$ = 2 с после начала движения. Построить графики зависимости пути $S$, скорости $v$ и ускорения $a$ от времени $t$ для интервала 0с≤$t$≤3с через 0,5с.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $S = S(t) = At - Bt^2 + C$ <br> $A$=2м/с <br> $B$=3м/с² <br> $t$=2с | Выражения для скоростей $v = v(t)$ и ускорения получим дифференцированием по $t$ зависимости пройденного телом пути $S = S(t)$ <br> $v = \frac{dS}{dt} = (At - Bt^2 + Ct^3)' = A - 2Bt + 3Ct^2$; |
| $S = S(t)$; <br> $v = v(t)$; <br> $a = a(t)$. | $a(t) = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = (A - 2Bt + 3Ct^2)' = -2B + 6Ct$. |

Подстановка коэффициентов $A, B, C$ приводит к следующему виду:

$$v(t) = 2 - 2 \cdot 3t + 3 \cdot 4t^2 = 2 - 6t + 12t^2;$$

$$a(t) = -2 \cdot 3 + 6 \cdot 4t = -6 + 24t.$$

Расстояние $S$, пройденное телом за $t$=2с после начала движения, рассчитаем подстановкой значений $A$, $B$, $C$ в $S(t)$:

$$S(2) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 24.$$

Проверим размерность:

$$[S] = \frac{м}{с}\cdot с - \frac{м}{с^2}\cdot с^2 + \frac{м}{с^3}\cdot с^3 = м\,.$$

Для построения графиков зависимости $a(t)$, $v(t)$ и $S\ (t)$ проанализируем эти зависимости:

1) $a(t) = -6 + 24\ t$ – линейная зависимость, монотонно возрастает в интервале 0 с$\le t \le$3с, непрерывна. Можно построить график, используя начальные условия при $t$ = 0 $a$ (0) = - 6 м/с²; также $a$ = 0 при $t$ = 0,25с.
$0 = -6 + 24t \Rightarrow t = 0{,}25$; при ($t$) = 3с $a = -6 + 24\cdot 3 = 66$ м/с².

2) $v(t)=2–6t+12t^2$ – квадратичная зависимость, в указанном интервале времени 0с$\le t \le$3с функция имеет минимум при $t$=0,25с; $v_{min}$=1,25м/с; при $t$ = 0 $v$ (0) = 2 м/с; при $t$ = 3 с $v$(3) = 92 м/с.
Уравнение $v(t)$ не имеет действительных корней, т.е. $v$ не обращается в нуль ни при каком значении $t$.

3) $S\ (t) = 2t – 3t^2 + 4t^3$ – кубическая функция, проходящая через начало отсчета, т.е. $S$(0) = 0, в указанной области определения (интервале времени) монотонно возрастает, непрерывна.

Согласно заданию, далее необходимо прибегнуть к построению графиков, требуемых зависимостей по точкам. Можно при этом использовать вспомогательную таблицу значений.

Выбираем масштаб для построения графиков и строим.

Ответ: $v = 2 – 6\ t + 12t^2$; $a = -6 + 24t$.

Задача 1.4. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1=t+2t^2-4t^3$ (м) и $x_2=3t–13t^2+t^3$ (м). В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости точек в этот момент.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $x_1 = t+\ t^2-4t^3$ (м)<br>$x_2 = 3t\ 13t^2+t^3$(м)<br>$a_1 = a_2$, если $t = \tau$ | Обозначим искомое время за $\tau$ ( $t=\tau$). Найдем дифференцированием уравнений движения (зависимостей координат от времени) по времени уравнения скоростей, а затем и ускорений для обеих точек: |
| $\tau$ =?<br>$v_1$, $v_2$ =? | |

$$v_1(t) = \frac{dx_1}{dt} = (t+2t^2-4t^3)' = 4t–12t^2; \qquad (1.4.1)$$

$$v_2(\mathrm{t}) = \frac{dx_2}{dt} = (3t–13t^2+t^3)' = -26t+3t^2; \qquad (1.4.2)$$

$$a_1(t) = \frac{dv_1}{dt} = (4t – 12t^2)' = 4–24t;$$

$$a_2(t) = \frac{dv_2}{dt} = (-26t+3t^2)' = -26+6t.$$

В момент времени $t = \tau$ ускорения равны, т.е.:

$a_1(\tau) = a_2(\tau)$ или $4 - 24t = -26 + 6t$.

Решая это уравнение, найдем искомое время:

$4 + 26 = 24\tau + 6\tau \Rightarrow 30\tau = 30 \Rightarrow \tau = 1$ (с).

Вычислим значение скоростей точек для момента времени $t = \tau = 1$с по формулам (1.4.1) и (1.4.2):

$v_1(1) = 4\cdot1 - 12\cdot1 = -8$ (м/с);

$v_2(1) = -26\cdot1 + 3\cdot1 = -23$ (м/с).

Знак „–” перед значением скорости указывает, что обе точки в этот момент двигаются в сторону уменьшения координат точек по оси $OX$.

Ответ: $t = 1$ с; $v_1 = -8$ м/с; $v_2 = -23$ м/с.

Задача 1.5. Из одного и того же места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая через 1 секунду после первой. Когда и где вторая точка догонит первую, если кинематические уравнения движения этих точек даны $S_1 = t + 2t^2$(м); $S_2 = = t + 3t^2$(м).

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $S_1 = S_1(t) = t + 2t^2$(м)<br>$S_2 = S_2(t) = t + 3t^2$(м)<br>$S_1(\tau) = S(\tau - 1)$ | Однонаправленность движения обеих точек позволяет отождествить место, в котором вторая догонит первую с общим значением любой из координат (вдоль которой двигаются эти точки). |
| $\tau = ?$ | |

Например, $S_1(t) = x_1(t)$, $S_2(t) = x_2(t)$.

Приравняем координаты в момент времени $\tau$ и $\tau-1$, затем решим полученное уравнение относительно этого неизвестного времени $t$. Так как вторая точка начала движение на 1 секунду позже, то от начала отсчета времени для нее прошло до встречи $\tau$ -1 секунды:

$S_1(\tau) = S_2(\tau - 1)$;

$\tau + 2\tau^2 = \tau - 1 + 3(\tau - 1)^2$;

$\tau + 2\tau^2 = \tau - 1 + 3\tau^2 - 6\tau + 3$;

$\tau^2 + 6\tau + 2 = 0$;

$$\tau_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{6 \pm 5{,}292}{2}.$$

$\tau_1 = 0{,}355$(с); $\tau_2 = 5{,}645$(с).

Зная время встречи, найдем искомую координату встречи:

$x_1 = \tau + 2\tau^2 = 0{,}355 + 2\cdot0{,}355^2 = 0{,}61$ (м);

$x_1 = \tau + 2\tau^2 = 5{,}645 + 2\cdot5{,}645^2 = 69{,}37$(м);

$x_2 = \tau - 1 + 3(\tau - 1)^2 = 0{,}355 - 1 + 3\cdot(0{,}355 - 1)^2 = 0{,}61$(м);

$x_2 = \tau - 1 + 3(\tau - 1)^2$=5,645 – 1 +3· (5,645 − 1)$^2$=69, 37(м).

Ответ: материальные точки встретятся дважды; время встречи 0,355с и 5,645с; место встречи 0,61м и 69,37м.

Задача 1.6. Тело брошено со скоростью 20 $\frac{м}{с}$ под углом 30$^0$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти скорость тела, а также его нормальное и тангенциальное ускорения через $t$=1,5с после начала движения. На какое расстояние $l$ переместится за это время тело и на какой оно окажется высоте?

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $v$=20 $\frac{м}{с}$ <br> $a$ =30$^0$ <br> $t$=1,5с | Рассмотрим траекторию движения тела. Необходимо установить, в какой точке траектории будет находиться тело в указанное время $t$=1,5с после начала движения: на восходящей или нисходящей ветви параболы. Предположим, что оно находится в некоторой |
| $l$=? | точке $M$ (см. рис.1.6.1 ): введем координатные оси, направленные |

по горизонтали ( $OX$ ) и вертикали ( $OY$ ), совместив начало координат с положением тела в начальный момент времени. В этой системе отсчета движение тела представляется как результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного вдоль оси $OX$ со скоростью $v_x = v_o \cdot \cos a$ и движения тела, брошенного вертикально вверх со скоростью $v_{oy} = v_0 \cdot \sin a$ вдоль оси $OY$. Вдоль оси $OY$ тело движется с постоянным ускорением $a = g$. Выпишем начальные условия: $x_o$=0; $y_o$=0; $v_{oy} = v \cdot \sin a$; $v_{xo} = v_o \cdot \sin a$; $a_x$=0; $a_y$=-$g$.

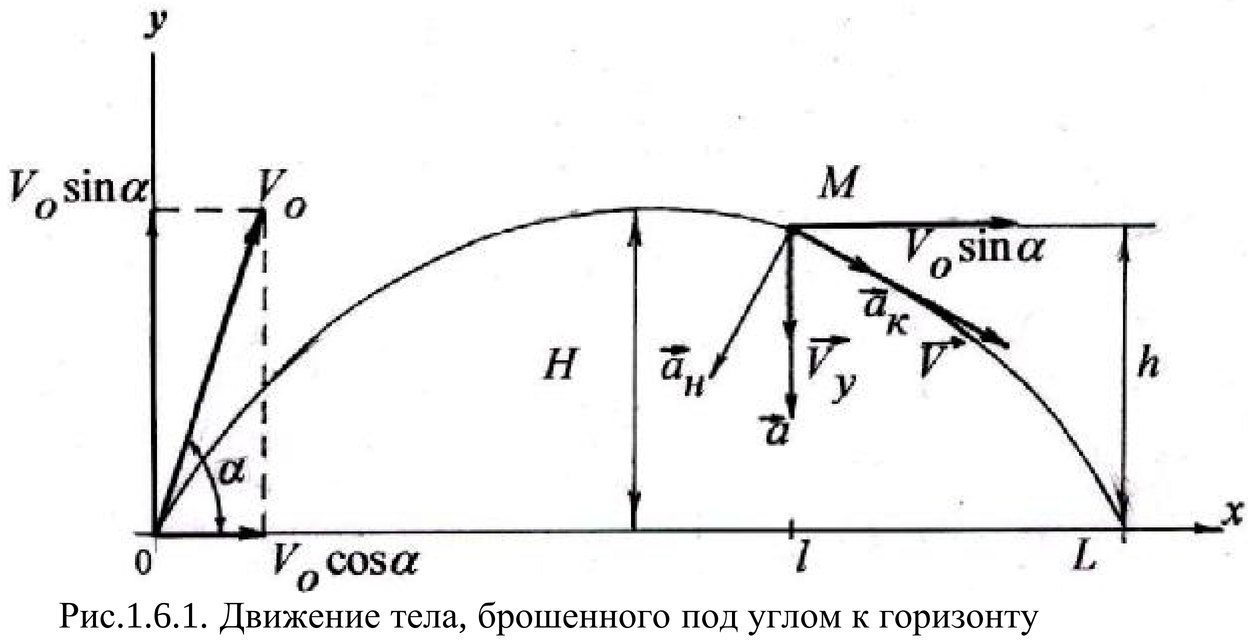



Рис.1.6.1. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Найдем проекции вектора скорости в точке $M$ :

$$v_x = v_0 \cdot \cos a \,;\ -v_y = v_0 \cdot \sin a - g\,t,$$

учитываем, что проекция скорости тела в точке $M$ на ось $OY$ направлена вниз против оси.

Тогда координаты тела в произвольный момент времени $t$ равны:

$$x = v_0 \cdot \cos a \cdot t;\ y = v_0 \cdot \sin a \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Искомые величины $l$ и $h$ равны соответствующим координатам $x$ и $y$ точки $M$ (в момент времени $t$=1,5с):

$$l = x = v_0 \cdot \cos a \cdot t;\ h = y = v_0 \cdot \sin a \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Проведем вычисления:

$$l = 20\frac{м}{с} \cdot 0{,}87 \cdot 1{,}5с = 26м;$$

$$h = 20\frac{м}{с} \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}5с - 9{,}8\frac{м}{с^2} \cdot 1{,}5^2 с^2 = 4м.$$

Скорость $v$ в точке $M$ найдем через проекции по формуле:

$$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{(v_0 \cos a)^2 + (gt - v_0 \sin a)^2}.$$

Проведем вычисления:

$$v = \sqrt{(20\frac{м}{с} \cdot 0{,}87)^2 + (9{,}8\frac{м}{с^2} \cdot 1{,}5с)^2} = 17м.$$

Для определения величин нормального и тангенциального ускорений учтем, что полное ускорение тела, движущегося в поле земного тяготения, есть не что иное, как ускорение $g$ силы тяжести (см. начальные условия). Разложим вектор $g$ на составляющие по касательному и нормальному направлениям к траектории в точке $M$ (по скорости $v$ и по нормали к ней):

$$a_Н = g \cdot \sin b = g \cdot \frac{v_{ox}}{v};\ a_К = g \cdot \cos b = g \cdot \frac{v_y}{v},$$

где $b$ - угол между вертикалью и касательной к траектории. Подставим вместо величин $v_x$, $v_y$, $v$ их значения:

$$a_Н = \frac{g \cdot v_0 \cdot \cos a}{\sqrt{(v_0 \cdot \cos a)^2 + (gt - v_0 \cdot \sin a)^2}};$$

$$a_К = \frac{g \cdot (gt - v_0 \sin a)}{\sqrt{(v_0 \cdot \cos a)^2 + (gt - v_0 \cdot \sin a)^2}}.$$

Вычисления по последним формулам дают:

$$a_Н = \frac{9{,}8\frac{м}{с^2} \cdot 20\frac{м}{с} \cdot 0{,}87}{17\frac{м}{с}} = 9{,}5\frac{м}{с^2};$$

$$a_К = \frac{9{,}8\frac{м}{с^2}\cdot(9{,}8\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}5с - 20\frac{м}{с}\cdot 0{,}5)}{17\frac{м}{с}} = 2{,}6\frac{м}{с^2}.$$

Положительное значение величины $a_К$ подтверждает правильность нашего предположения относительно местоположения тела на траектории (нисходящая ветвь). Отрицательное же значение $a_К$ свидетельствовало бы о том, что скорость убывает и, следовательно, тело находится на восходящей ветви параболы.

Ответ: $l$=26м, $h$=4м, $a_К=2{,}6\frac{м}{с^2}$; $a_Н=9{,}5\frac{м}{с^2}$.

Задача 1.7. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол, под которым тело брошено к горизонту, если максимальная высота подъема тела равна ¼ дальности его полета.

| Дано: | Решение: |
| --- | --- |
| $H=1/4L$<br>$F_{сопр}=0$ | Воспользуемся уравнениями для координаты при равномерном прямолинейном (по $OX$) и равноускоренном прямолинейном (по $OY$), составляющим движения тела, брошенного под углом к горизонту: |
| $a$ =? | |

$$y = y_0 \pm v_{0y}t \pm \frac{gt^2}{2};$$

$$x = x_0 \pm v_{0X}\cdot t.$$

Совместим начало движения тела с началом отсчета и выразим дальность полета $L$ как $L=v_{0X}\cdot t=v_0\cdot\cos a\cdot t=2v_0\cdot\cos a\cdot t_{сп}$, где $t_{сп}=1/2t$, $t$ полное время движения тела, $t_{сп}$- время спуска. Для упрощения уравнения равнопеременного движения по ОУ рассмотрим участок движения тела от $M$ до $K$. Уравнение примет вид:

$$0=H-\frac{gt_{сп}^2}{2},$$

где $t_{сп}$- время движения тела на участке $MK$, $v_0(M)=0$, $y_0=H$.

Отсюда: $H=\frac{gt_{сп}^2}{2}$. Воспользуемся условием задачи: $H=1/4L$ и выполним подстановку: $\frac{gt_{сп}^2}{2}=1/4\cdot 2v_0\cdot\cos a\cdot t_{сп}$, отсюда $\cos a=\frac{gt_{сп}}{v_0}$. Найдем $v_0$ из уравнения для скорости на участке $MK$: $v_{оу}=v_0\cdot\sin a=gt_{сп}$, то есть $v_0=\frac{gt_{сп}}{\sin a}$. Искомый угол рассчитаем из условия $\cos a=\sin a$.

Угол равен 45°.

Ответ: 45°.

Задача 1.8. Диск радиусом $R$=10см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $j = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B$=1рад/с; $C$=1рад/с²; $D$=1рад/с$^3$.Определить для точек, лежащих на ободе колеса, к концу второй секунды после начала движения: а) тангенциальное ускорение $a_К$, б) нормальное ускорение $a_н$; в) полное ускорение $a$; г) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

Дано:

$j = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$

D=1рад/с³

B=1рад/

C=1рад/с²

R=10см=0,1м

$t$ =2с

---

$a_К$, $a_н$, $a$-?

Решение:

1)Воспользуемся формулами связи угловой скорости $w$ и нормального ускорения:

$a_н = w^2 R$,

где угловая скорость по определению равна:

$w = \dfrac{dj}{dt}$.

Найдем угловую скорость и нормальное ускорение в указанный момент времени:

$$w = \frac{dj}{dt} = (A + Bt + Ct^2 + Dt^3)' = B + 2Ct + 3Dt^2;$$

$$a_н = R\cdot(B + 2Ct + 3Dt^2)^2.$$

Выполним подстановку: $a_н$=0,1м$\cdot$ (1с$^{-1}$ +2$\cdot$1с$^{-2}$ $\cdot$2с+3$\cdot$1с$^{-3}$ $\cdot$4с²)²=28,9 $\frac{м}{с^2}$.

2) Для нахождения $a_К$ воспользуемся соотношением между ней и угловым ускорением $e$: $a_К = e\cdot R$, где $e = \dfrac{dw}{dt}$ по определению. Найдем угловое ускорение $e$ и касательное ускорение $a_К$ в указанный момент времени:

$$e = \frac{dw}{dt} = (B + 2Ct + 3Dt^2)' = 2C + 6Dt;$$

$$a_К = R\cdot(2C + 6Dt).$$

Выполним подстановку данных условия задачи:

3) Полное ускорение $a = \sqrt{a_К^2 + a_Н^2}$; так как численные значения $a_К$ и $a_н$ нам уже известны, то просто выполним подстановку

$$a = \sqrt{(28{,}9\frac{м}{с^2})^2 + (1{,}4\frac{м}{с^2})^2} \cong 29\frac{м}{с^2}.$$

4) Число полных оборотов, совершенных точкой обода колеса, можно найти, воспользовавшись соотношением для периода вращения $T$ (времени одного полного оборота) и угловой скоростью $w$:

$$N = t/T = t\cdot w/2p = (B + 2Ct + 3Dt^2)\cdot t/2p.$$

Выполним расчеты:

$$N = \frac{(1c^{-1} + 2\cdot 1c^{-2}\cdot 2c + 3\cdot 1c^{-3}\cdot 4c^2)\cdot 2c}{2\cdot 3{,}14} = 5{,}4\,.$$

Ответ: $a_н$=28,9 $\frac{м}{с^2}$; $a_К$= 1,4 $\frac{м}{с^2}$; $a$ =29 $\frac{м}{с^2}$; $N$ = 5,4.

## 3.2. Динамика поступательного движения.

Задача 2.1. По наклонной плоскости с углом наклона $a$ к горизонту, равным $30^0$ скользит тело. Определить скорость тела в конце третьей секунды от начала скольжения, если коэффициент трения равен 0,15.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $a=30^0$<br>$m=0{,}15$<br>$t=3с$ | Считаем движение тела равноускоренным без начальной скорости. Тогда скорость в конце третьей секунды от начала движения равна: $v=v_0+a\,t=a\,t$ при $v_0=0\frac{м}{с}$. По второму закону Ньютона ускорение, с которым движется тело равно: $a=F/m$, где $F$ - равнодействующая сила, действующая на тело, $m$-его масса. |
| $v$=? | |

Равнодействующую силу найдем в проекции на направление движения тела, принимаемого за OX:

$F=m\,g\sin a - F_{тр}$, где $F_{тр}=m\,N=m\,m\,g\cos a$ .

$$F=m\,g\,(\sin a - m\cos a\,).$$

Отсюда:

$$a=\ g\,(\sin a - m\cos a\,),\qquad v=\ g\,t\,(\sin a - m\cos a\,).$$

Выполним подстановку и рассчитаем скорость через три секунды после начала движения:

$$v=\ 9{,}8\frac{м}{с}\cdot 3с(\sin 30^0 - 0{,}15\cos 30^0)=29{,}4(0{,}5-0{,}15\cdot 0{,}87)\ \frac{м}{с}=10{,}9\frac{м}{с}.$$

Ответ: $v=10{,}9\frac{м}{с}$.

Задача 2.2. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R$=80м. Какова должна быть наименьшая скорость $v_{\min}$ самолета, чтобы летчик не оторвался от сидения в верхней части петли?

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $R$=80м | Так как летчик вместе с самолетом движется по окружности, то в вершине петли на пилота действует сила тяжести $mg$ и сила реакции опоры $N$ со стороны сидения, направленная вниз. |
| $v_{\min}$=? | |

Эти силы сообщают самолету необходимое для вращения центростремительное ускорение. Следовательно, в общем случае:

$\frac{m}{R}v^2 = mg + N$. При достаточно большой скорости самолета

$\frac{m}{R}v^2 \geq mg$ и $N > 0$, т.е. $N$ направлена в ту же сторону, что и сила тяжести, и, следовательно, пилот будет прижат к сидению.

При $\frac{m}{R}v^2 = mg$ пилот перестанет давить на сидение. Наконец, при настолько малой скорости, что $\frac{m}{R}v^2 < mg$, сила $N<0$. В этом случае летчик повиснет на ремнях ( если они у него есть). Таким образом, требуемое значение скорости определится неравенством $v^2/\mathrm{R} \geq g$.

Отсюда $v_{\min} = \sqrt{Rg}$.

Выполним подстановку и проверку размерности:

$$v_{\min} = \sqrt{9{,}8 \cdot 80} = 28\left(\frac{м}{с}\right); \quad [v_{\min}] = \frac{м}{с^2} \cdot м = \frac{м}{с}.$$

Ответ: $v_{\min} = 28\frac{м}{с} = 100{,}8$км/ч.

Задача 2.3. Блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $a = 30^0$ и $b = 45^0$. Гири равных масс $m_1 = m_2 = 2кг$ соединены нитью, перекинутой через блок. Считая блок и нить невесомыми, принимая коэффициент трения гирь о наклонную плоскость $m_1 = m_2 = m = 0{,}1$ и пренебрегая трением в блоке, определить: 1) ускорение, с которым движутся гири; 2) силу натяжения нити.

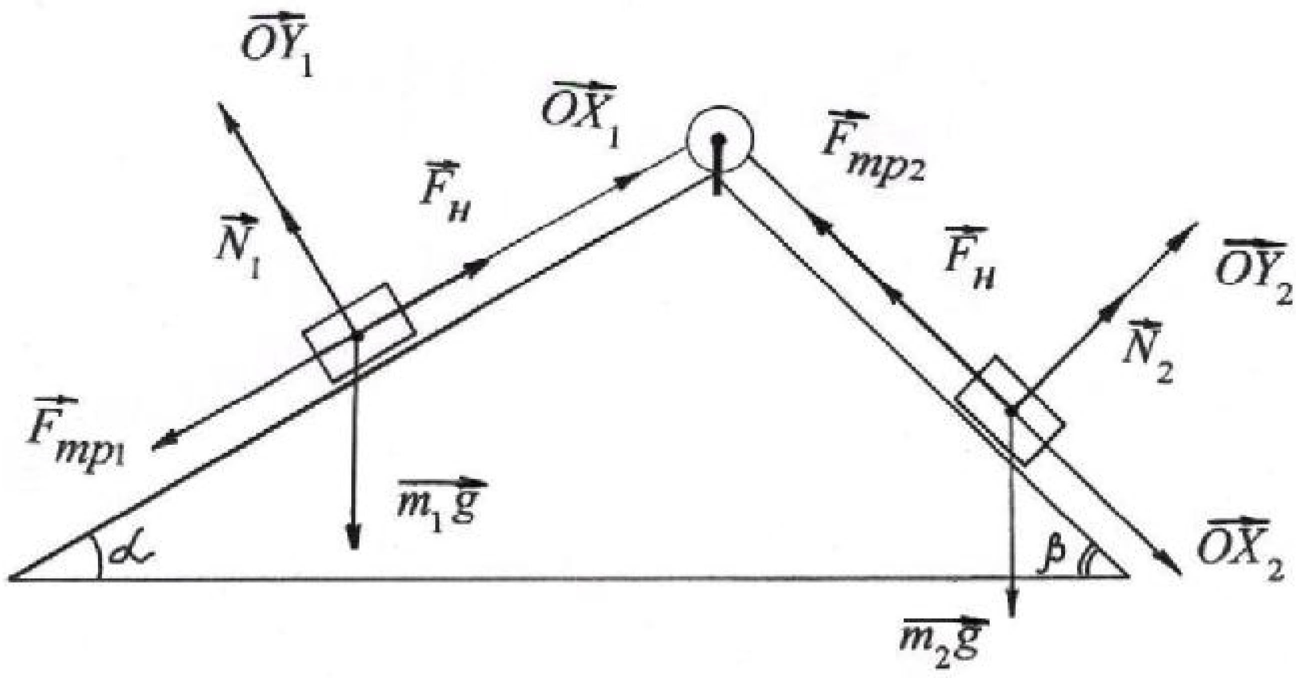



Рис.2.3.1. Движение связанных тел по наклонным плоскостям

<u>Дано:</u>

$m_1 = m_2 = 2кг$

$m_1 = m_2 = m = 0{,}1$

$a = 30^0$

$b = 45^0$

---

$a$-?

$F_Н$-?

<u>Решение:</u>

Уравнения движения тел в скалярной форме (в проекциях на направление ОХ$_1$, ОУ$_1$, ОХ$_2$, ОУ$_2$ выбранных систем отсчета О$_1$, О$_2$) имеют следующий вид (рис.1.2.):

Для тела 1: $F_Н - m g \sin a - m m g \cos a = m a$,

Для тела 2: $m g \sin b - F_Н - m m g \cos b = m a$.

Учтено, что $m = m_1 = m_2$, $m = m_1 = m_2 = m$,

$a = a_1 = a_2$,

так как тела связаны невесомой нитью и трением в блоке пренебрегаем по условию задачи.

Решим полученную систему двух уравнений методом сложения правых и левых частей уравнения и найдем ускорение $a$, с которым движутся эти связанные тела:

$$2m a = m g (\sin b - \sin a) - m m g (\cos b - \cos a),$$

$$a = 0{,}5 g (\sin b - \sin a) - 0{,}5 m g (\cos b - \cos a).$$

Чтобы найти силу натяжения нити, решим ту же систему уравнений методом вычитания левых и правых частей ее; соответственно получим:

$$2F_Н = m g (\sin b + \sin a) + m m g (\cos a - \cos b),$$

$$F_Н = 0{,}5 g (\sin b + \sin a) + m g (\cos a - \cos b).$$

Выполним подстановку значений из условия задачи и рассчитаем величину ускорения и силы натяжения:

$$a=4{,}9(0{,}707-0{,}5)-0{,}49(,0{,}707+0{,}87)=1{,}01-0{,}77=0{,}24\left(\frac{м}{c^2}\right).$$

$$F_н=9{,}8(0{,}707+0{,}5)+0{,}98(0{,}707-0{,}5)=11{,}83+0{,}2=12(Н).$$

Ответ: $0{,}24\frac{м}{c^2}$;$12Н$.

Задача 2.4. На платформе установлена безоткатная пушка, из которой производится выстрел вдоль полотна под углом $a=45^0$ к горизонту. Масса платформы с пушкой $M=20$т, масса снаряда $m=10$кг, коэффициент трения между колесами и рельсами $m=0{,}002$. Определить скорость снаряда, если после выстрела платформа откатилась на расстояние $S=3$м.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $a=45^0$<br>$M=20$т<br>$m=10$кг<br>$m=0{,}002$<br>$S=3$м | Для нахождения скорости снаряда запишем закон сохранения импульса системы Снаряд-Пушка в векторной форме:<br>$M\dot{u}=m\dot{v}_0$, который при проецировании на горизонтальное направление примет вид:<br>$Mu=mv_0\cos a$. |
| $v_0=?$ | Так как $u=at$, $S=\frac{at^2}{2}$, то $t=\sqrt{\frac{2S}{a}}$ (мы использовали |

кинематические зависимости для поступательного равноускоренного движения платформы с пушкой после вылета снаряда).

С другой стороны, по второму зону Ньютона (закону динамики), движение платформы опишется уравнением: $F_{тр}=ma$,

следовательно, $mmg=ma$ и $a=mg$, отсюда: $t=\sqrt{\frac{2S}{mg}}$.

Выполним подстановку и найдем выражение для скорости снаряда:

$$u=mg\sqrt{\frac{2S}{mg}}=\sqrt{2Smg},v_0=\frac{M}{m\cos a}\sqrt{2Smg}.$$

Выполним расчет: $v_0=\frac{2\cdot10^4\sqrt{2\cdot3\cdot0{,}002\cdot10}}{10\cdot0{,}707}=980\left(\frac{м}{c}\right)$.

Ответ: $v_0=980\frac{м}{c}$.

Задача 2.5. Под действием силы $F = 10\,H$ тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $C = 1\,\frac{м}{с^2}$. Найти массу тела.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $F = 10\,H$<br>$S = A + Bt + Ct^2$<br>$C = 1\,\frac{м}{с^2}$ | По второму закону Ньютона для поступательного движения по прямолинейной траектории ускорение, которое приобретает тело, прямо пропорционально действующей на него силе: |
| $m = ?$ | $a = F/m$, где $m$ - масса тела. |

С другой стороны, ускорение можно найти как вторую производную от функции зависимости пройденного телом пути по времени. Для этого выполним дифференцирование дважды:

$$\frac{dS}{dt} = Bt + 2Ct \text{, где } \frac{dS}{dt} = v \text{ - скорость движения тела;}$$

$$\frac{dv}{dt} = 2C = a.$$

Выполним подстановку этого выражения во второй закон Ньютона и получим расчетную формулу для нахождения искомой величины массы:

$m \quad = F/a = F/2C.$

$m \quad$ Выполним расчет: $m = 10\,H/(2 \cdot 1\,\frac{м}{с^2}) = 5$кг.

Ответ: 5кг.

Задача 2.6. Космический корабль имеет массу $m$=3,5т. При маневрировании из его двигателя вырывается струя газов со скоростью $v$=800м/с; расход горючего $Q$=0,2 кг/с. Найти реактивную силу $R$ двигателей и ускорение $a$, которое она сообщает кораблю.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $m$ =3,5т =3500кг<br>$v$=800м/с | Уравнение движения космического корабля по второму |
| $R$=?<br>$a$=? | закону Ньютона имеет вид: изменение импульса $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ |

корабля в единицу времени равно сумме сил, действующих на него (второе прочтение второго закона Ньютона): $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \sum_{i}^{N} \vec{F}_i + \vec{R}.$

Так как действие сил на корабль и ускорение, которое они ему сообщают, можно разделить и рассматривать отдельно, то для реактивной силы оно примет вид: $\left(\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}\right)_R = \vec{R}$.

Изменение импульса корабля найдем из закона сохранения импульса системы Корабль - Горючие газы в проекции на направление движения корабля (по вектору $v_к$):

$$m v_к = (m - \Delta m) v'_к - \Delta m (v - v'_к),$$

где $v_к, v'_к$ - скорости корабля до и после маневрирования, $v - v'_к$ - относительная скорость вырывания струи газа массой $\Delta m$.

Выполним преобразование и найдем изменение импульса корабля:

$$m v_к - m v'_к = -\Delta m \cdot v, \text{ или } m \Delta v_к = -\Delta m v.$$

Подставим выражение для изменения импульса ракеты $m \Delta v_к$ в уравнение движения:

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = R$, $\Delta (m v)_к / \Delta t = R$, $R = -\Delta m v / \Delta t = -Q v$, где $Q = \Delta m / \Delta t$.

Так как $R = m a$, то $a = R/m = -Q v / m$.

Выполним подстановку:

$R$=-0,2кг/с·800м/с=-160Н,

$a$=(0,2кг/с·800м/с)/3500кг= 0,046 $\frac{м}{с^2}$.

Ответ: -160Н; 0.046 $\frac{м}{с^2}$.

Задача 2.7. Катер массой $m$=2т трогается с места и в течение времени $t$ =10с развивает при движении в спокойной воде скорость $u$=4м/с. Определить силу тяги $F$ мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления $F_c$ пропорциональной скорости, коэффициент сопротивления $k$=100кг/с.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $k$ =100кг/с<br>$t$ =10с<br>$u$ =4м/с<br>$v_0$ =0м/с<br>$m$=2т=2000кг | На катер при его движении по прямолинейной траектории действуют две силы (вдоль оси OX): сила тяги мотора $F$ и сила сопротивления $F_c = -k v$ по условию задачи, так как сила сопротивления направлена против скорости движения катера. |
| $F$ = ? | Напишем уравнение движения катера в соответствии со |

вторым законом Ньютона в виде:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}+\vec{F}.$$

Спроектируем все векторные величины на направление движения ( OX) и напишем уравнение для проекций сил:

$$m\frac{dv}{dt}=F-F_c, \text{ или } m\frac{dv}{dt}=F-kv.$$

После разделения переменных получим: $\dfrac{dv}{F-kv}=\dfrac{dt}{m}$.

Выполним интегрирование, учтем, что скорость изменяется от 0 до некоторого значения $u$ =4м/с за время от 0 до $t$ =10с:

$$\int_0^u\frac{dv}{F-kv}=\int_0^t\frac{dt}{m}, \qquad -\frac{1}{k}\left|\ln(F-kv)\right|_0^u=\frac{t}{m}.$$

После подстановки пределов интегрирования выполним преобразования:

$$\ln\frac{F-ku}{F}=-\frac{k}{m}t,\ \frac{F-ku}{F}=\exp(-\frac{k}{m}t),\ F-ku=F\exp(-\frac{k}{m}t),$$

$$F-F\exp(-\frac{k}{m}t)=ku, F(1-\exp(-\frac{k}{m}t))=ku,$$

$$F=ku\Big/\left(1-\exp(-\frac{k}{m}t)\right).$$

Выполним расчеты с использованием условия задачи:

$$F=\frac{100кг/с\cdot4м/с}{1-exp(-\frac{100кг/с}{2000кг}\cdot10с)}=1047Н.$$

Ответ: $F_c$ =1,017кН.

Задача 2.8. Телу сообщают начальный импульс, в результате чего оно начинает двигаться поступательно вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0$ =4м/с. Плоскость образует с горизонтом угол $a$ =20$^0$. Масса тела 1кг. Коэффициент трения между телом и плоскостью $m$ =0,1. На какую высоту поднимется тело?

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $v_0$ =4м/с<br>$m$ =1кг<br>$a$ =20$^0$<br>$m$ =0,1 | Уравнение поступательного движения тела вверх по наклонной плоскости ( второй закон динамики поступательного движения) будет иметь вид с учетом проектирования на направление движения действующих сил: |
| $h$ =? | $m\dfrac{dv}{dt}=-mg\sin a-m\,mg\cos a$, |

где $m\,g\sin a$, $m\,m\,g\cos a$ - проекции сил тяжести и трения на направление движения. Так как тело будет подниматься до тех пор, пока его скорость не уменьшится до нулевого значения, то уравнение движения можно переписать в виде: $m\,v_0 = t\,(m\,g\sin a + m\;m\,g\cos a)$,

откуда время подъема выразится как: $t = v_0/(g\sin a + m\,g\cos a)$.

Запишем кинематическое уравнение для пройденного телом пути вверх по наклонной плоскости и зависимость скорости от времени как для равнозамедленного движения: $S = v_0\,t - a\,t^2/2$, $v = v_0 - a\,t$,

откуда выразим $S = v_0\,t/2$, если конечная скорость $v = 0$.

Высоту подъема найдем как $h = S\sin a$ или:

$$h = 0{,}5\,v_0\,t\sin a = \frac{v_0\cdot v_0\cdot\sin a}{2(g\sin a + mg\cos a)} = \frac{v_0^{\,2}\cdot\sin a}{2g(\sin a + m\cos a)}.$$

Выполним подстановку и получим значение высоты, на которое поднимется тело: $h = \dfrac{(4м/с)^2\cdot\sin 20^0}{2\cdot 9{,}8м/с^2(\sin 20^0 + 0{,}1\cos 20^0)}$ = 0,64м.

Ответ: $h$=0,64м.

Задача 2.9. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон тормозится, и его скорость за время $t$=3с равномерно уменьшается от $v_1$=18км/ч до $v_2$= 6 км/ч. На какой угол $a$ отклонится при этом нить с шаром?

Дано:

$v_1$=18км/ч=5м/с

$v_2$=6км/ч=1,67м/с

$t$=3с

---

$a$ = ?

Решение:

При торможении вагона шар продолжит движение по инерции с ускорением, равным по величине и противоположным по направлению ускорению вагона. При этом уравнение движения шара в проекции на горизонтальное направление имеет вид:

$$R_x = m\,a,\ \text{где}\quad R_x = R\cos a,\ R = mg\sin a,$$

откуда:

$$m\,g\cos a\cdot\sin a = m\,a,\quad a = g\cos a\cdot\sin a.$$

Выполним тригонометрические преобразования и получим: $2\,a = g\cdot\sin 2a$, $a = \arcsin(2a/g)$.

Модуль ускорения $a$ найдем из условия торможения вагона: $a = \dfrac{v_2 - v_1}{t}$.

Окончательное выражение для искомого угла: $a = 0{,}5\arcsin\dfrac{2(v_2 - v_1)}{gt}$.

Выполним подстановку данных условия задачи:

$$\alpha = 0{,}5\arcsin\frac{2(5-1{,}67)м/с}{9{,}8м/с^2\cdot 3с} = 6^{o}\,30'.$$

Ответ: $\alpha = 6^{o}30'$.

Задача 2.10. Какую работу $A$ надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой $m$=2кг: а) увеличить скорость от $v_1 = 2\frac{м}{с}$ до $v_2 = 5\frac{м}{с}$; б) остановиться при начальной скорости $v_0 = 8\frac{м}{с}$.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $m$=2кг<br>$v_1 = 2\frac{м}{с}$<br>$v_2 = 5\frac{м}{с}$<br>$v_0 = 8\frac{м}{с}$ | Работа, которую необходимо совершить для перевода тела из одного состояния в другое определится разностью кинетических энергий тела в этих состояниях, поэтому для описываемых изменений можно записать:<br>а) $A = E_{К2} - E_{К1} = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$. |
| $A$-? | б) $A = -E_{К0} = \frac{m}{2}v^2_0$. |

Проведем необходимые вычисления:

а) $A = \frac{2кг}{2}[(5\frac{м}{с})^2 - (2\frac{м}{с})^2] = 21\,Дж$; б) $A = -\frac{2кг}{2}(8\frac{м}{с})^2 = -64\,Дж$.

Ответ: 21 $Дж$, -64 $Дж$.

Задача 2.11. Шофер автомобиля, имеющего массу 1 тонну, начинает тормозить на расстоянии $S$=25м от препятствия на дороге. Сила трения в тормозных колодках автомобиля 3,84 кН. При какой предельной скорости движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием? Трением колес о дорогу пренебречь.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $S$ =25м<br>$F_{тр}$ =3840Н<br>$m$ =1т =1000кг | Работа против силы трения, совершаемая автомобилем, идет на изменение его кинетической энергии:<br>$\Delta E_к = \frac{m}{2}V_0^2 = -A_{тр} = F_{тр}S$. |
| $V_0$ – ? | |

Отсюда: $\frac{m}{2}V_0^2 = F_{тр}S$.

Искомая скорость определится выражением: $V_0 = (\frac{F_{тр}\cdot S}{m})^{1/2}$, или после подстановки данных условия задачи:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2x3840Hx25м}{1000кг}} = 13,86\frac{м}{с}.$$

Ответ: $V_0 = 13,86\ \frac{м}{с} = 50\ \frac{км}{ч}$.

Задача 2.12. Камень падает с некоторой высоты $h$ в течение времени $t$=1,43с. Найти кинетическую $E_к$ и потенциальную $E_п$ энергии камня в средней точки пути. Масса камня $m$ = 2кг.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $m$=2кг<br>$t$=1,43с<br>$h=\frac{H}{2}$ | Сопротивлением воздуха пренебрегаем, поэтому закон сохранения энергии при падении камня до половины высоты запишется в виде: |
| $E_к, E_п$-? | $mgH = mgh + \frac{m}{2}v^2$ , |

где $mgH$ – потенциальная энергия камня на исходной высоте $H$, а $\frac{m}{2}v^2$- его кинетическая энергия на половине высоты. Очевидно, что искомые энергии связаны соотношением: $E_к = \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}gH = E_п$.

Начальную высоту найдем, используя кинематическое соотношение между временем свободного падения камня и исходной высоты:

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{9,8\frac{м}{с^2}\cdot(1,43с)^2}{2} = 10,02м.$$

Отсюда искомые значения энергий равны:

$$E_к = E_п = \frac{2кг\cdot 9,8\frac{м}{с^2}\cdot 10,02м}{2} = 98,2Дж.$$

Ответ: $E_к = E_п$ =98,2 $Дж$.

Задача 2.13. Камень брошен со скоростью $v_0$=15$\frac{м}{с}$ под углом $a$ =60$^o$ к горизонту. Найти кинетическую $E_к$ и потенциальную $E_п$ и полную $E$ энергии камня: а) через $t$ = 1 с после начала движения; б) в высшей точке траектории. Масса камня $m$ = 0,2кг.

| Дано: | Решение: |
|---|---|

| | |
|---|---|
| $m = 0{,}2$кг<br>$a = 60^o$<br>$v_0 = 15\frac{м}{с}$<br>$t = 1$с | Кинетическая и потенциальная энергии камня, следовательно, и его полная энергия определятся через параметры состояния камня в указанных точках траектории, а именно через его скорость и высоту поднятия. Для нахождения высоты и скорости воспользуемся кинематическими соотношениями: |
| $E_к, E_п, E$-? | |

$$h = v_0 \sin a\ t - \frac{gt^2}{2};\quad v = \sqrt{(v_0 \cdot \sin a - gt)^2 + v_0^{2\times} \cos^2 a}\ .$$

Отсюда: $E_п = m g\ (v_0 \sin a\ t - \frac{gt^2}{2});$

$$E_к = m\ (\sqrt{(v_0 \cdot \sin a - gt)^2 + v_0^{2\times} \cos^2 a}\ )^2 \cdot \frac{1}{2}.$$

Подставив исходные данные в выражения для $E_к$ и $E_п$, получим:

$$E_п = 0{,}2кг \cdot 9{,}8\frac{м}{с^2} \cdot (15\frac{м}{с} \cdot \sin 60^o \cdot 1с - \frac{9{,}8\frac{м}{с^2} \cdot 1с}{2}) = 15{,}86 Дж.$$

$$E_к = \frac{0{,}2кг}{2}[(15\frac{м}{с} \cdot \sin 60^o - 9{,}8\frac{м}{с^2})^2 + (15\frac{м}{с} \cdot \cos 60^o)^2] = 6{,}64 Дж.$$

Сложим эти две энергии по закону сохранения и найдем полную энергию в момент времени, равный 1с после броска:

$$E = E_к + E_п = 15{,}86 Дж + 6{,}64 Дж = 22{,}5 Дж;$$

В этом случае значение скорости камня будет равно ее горизонтальной составляющей: $v = v\cos a = v_x$, тогда кинетическая энергия примет значение: $E_к = \frac{m}{2} v_0^2 \cos^2 a$. Максимальную высоту подъема можно определить как $\frac{gt^2}{2}$, где время подъема до максимального значения высоты найдем из соотношения $v_0 \sin a = gt$, отсюда $t = \frac{v_0 \sin a}{g}$.

Окончательная формула для потенциальной энергии: $E_п = \frac{m}{2} v_0^2 \sin^2 a$.

Выполним подстановку исходных данных: $E_к = \frac{0{,}2}{2} 15^2 \cos^2 60 = 5{,}6 Дж.$;

$$E_п = \frac{0{,}2}{2} 15^2 \sin^2 60 = 16{,}88 Дж.;\quad E = 16{,}88 Дж + 5{,}6 Дж = 22{,}5 Дж.$$

Ответ: а) 15,86Дж; 6,69Дж; 22,5Дж; б) 5,6Дж; 16,88Дж; 22,5Дж.

## 3.3. Динамика вращательного движения

Задача 3.1. Определить момент инерции $J$ тонкого однородного стержня длиной $l$ = 60 см и массой $m$ = 100г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку стержня, удаленную на $a$ = 20 см от одного из его концов.

| Дано: | СИ: |
|---|---|
| $l$ = 60см | = 0,6м |
| $m$ = 100г | =0,1кг |
| $a$ =20см | =0,2м |
| $J$ =? | |

Решение:

Для нахождения момента инерции стержня относительно указанной оси воспользуемся теоремой Штейнера:

$$J = J_0 + m\ b^2,$$

где $J_0$ - момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс; $b$ - расстояние между заданной осью и осью, проходящей через центр масс стержня. Табличное значение $J_0$ =1/12 $m\ l^2$, где $l$ - длина стержня. Найдем $b$, по условию задачи $b = l/2 - a$, отсюда выражение для момента инерции примет вид:

$$J = J_0 + (l/2 - a)^2 m\ .$$

Преобразуем данное выражение, сгруппировав однородные члены:

$$J = 1/12\ m\ l^2 + 1/4\ m\ l^2 - 2\ l/2\ a\ m\ + a^2\ m =$$

$$= 1/3\ m\ l^2\ - l\ a\ m\ + m\ a^2\ = 1/3\ m\ l^2 + m\ (a - l)a.$$

Выполним подстановку исходных данных и произведем вычисления:

$J$= 1/3 0,1кг (0,6м)$^2$ + 0,1кг (0,2кг – 0,6кг) 0,2м = 0,012кг м$^2$ - 0,008кг м$^2$ = = 0,004кг м$^2$.

Ответ: Момент инерции стержня $J = 4\ 10^{-3}$ кг м$^2$

.

Задача 3.2. Определить момент инерции $J$ тонкой плоской пластины со сторонами $a$ = 10 см и $b$ = 20 см относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно его большей стороне. Масса пластины равномерно распределена по ее площади с поверхностной плотностью $s$ = 1,2 кг/м$^2$.

| Дано: | СИ: |
|---|---|
| $a$ = 10см | =0,1м |
| $b$ = 20см | =0,2м |
| $CC' \,||\, b$ | |

Решение:

Момент инерции твердого тела ( пластины) найдем по формуле:

$J = \int r^2 dm$ , для расчета по которой рассмотрим

| $J$=? | пластинку (сечение) $dS = b\,dr$, находящуюся на |
|---|---|

расстоянии $r$ от оси вращения CC′.

Выразим массу пластины $m$ через поверхностную плотность $s$. Так как $s = \frac{dm}{dS}$, то $dm = s \times dS$, где $w \times dS$, $dS = b\,dr$. Подставим полученные выражения в формулу для расчета момента инерции и проинтегрируем, учитывая, что $r$ изменяется от $-a/2$ до $+a/2$:

$$J = \int_{-a/2}^{a/2} s \times b \times r^2 \times dr = 1/3\ s \times b \times r^3 \Big|_{-a/2}^{a/2} = 1/12\, s\ b\, a^3.$$

Выполним подстановку и найдем $J$:

$J$=1/121,2кг/м²0,2м (0,1м) ³=210 $^{-5}$ к гм²

Ответ: $J$ = 2 10 $^{-5}$ кгм².

Задача 3.3. Однородный диск радиусом $R$ = 0,2 м и массой $m$ = 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его оси. Зависимость угловой скорости $w$ вращения диска от времени $t$ дается уравнением $w$ = A + B $t$, где B =8 рад/с. Найти величину касательной силы $F$, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $R$ =0,2м<br>m =5кг<br>$w$=A+B$t$<br>B=8рад/с | Основной закон динамики вращательного движения $M = J \cdot e$, где $J$ - момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, $e$ - угловое ускорение, с которым диск вращается, $M$ − момент касательной силы, |
| $F$ =? | |

приводящей диск во вращение. Угловое ускорение найдем, дифференцируя по времени зависимость для угловой скорости: $e = \frac{dw}{dt}$.

По таблице $J_0 = J_{диска}$ = 1/2 $m\ R^2$.

С другой стороны, момент касательной силы равен, по определению момента силы (для силы, составляющей угол 90 $^0$ с радиус-вектором), произведению величины силы на плечо-радиус диска: $M = F\ R$.

Приравняем оба выражения для величины момента силы и найдем искомую касательную силу:

$J$ R = $F \cdot R$;

$F = J \cdot w$ /R = 1/2$m \cdot R^2 \cdot e$ /R = 1/2 $m \cdot R \cdot e$ = 1/2 $m \cdot R \cdot dw/dt$ =

=1/2 $m \cdot R \cdot (A+Bt)'$ = 1/2 $m \cdot R \cdot$B; $F$ = 1/2 $m \cdot R \cdot$B.

Выполним подстановку: $F$ = 1/2·5кг·0,2м·8с $^{-2}$ = 4Н.

Ответ: $F$ = 4Н.

Задача 3.4. Маховое колесо, момент инерции которого $J$=245кгм², вращается с частотой n = 20 об/с. Через время $t$ = 1мин после того, как на колесо перестал действовать момент сил М, оно остановилось. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и число оборотов $N$, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $J$=245кгм$^2$ <br> n =20об/с <br> t =1мин=60с <br> $J$= ½mR² | 1) По основному закону динамики вращательного движения $M_{тр} = J \cdot \frac{dw}{dt} = J \cdot \frac{w}{t}$, <br> если в конце вращения угловая скорость стала равной нулю. |
| $M_{тр}$=? <br> $N$=? | Определим угловую скорость через частоту вращения: <br> $w$ = 2πn <br> и, подставив это выражение в основной закон, окончательно получим: |

$M_{тр}$ = $J$·2πn/t.

Выполним подстановку: $M_{тр} = \frac{245кг \cdot м^2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 20с^{-1}}{60с}$ = 513Нм.

2) Воспользуемся законом сохранения энергии при вращательном движении: работа сил трения по остановке махового колеса равна изменению кинетической энергии этого вращающегося тела:

$$A = M \cdot \Delta j \ ; \ \Delta E_{к\ вр.} = \frac{J \cdot \Delta w^2}{2}.$$

Так как конечная угловая скорость $w$ равна 0, то:

$$\Delta E_{к\ вр.} = \frac{J \cdot \Delta w^2}{2}; \ \frac{J \cdot \Delta w^2}{2} = M \cdot \Delta j \ ;$$

откуда:

$$\Delta j = \frac{w_0 \cdot t}{2}.$$

Искомое число оборотов $N$ махового колеса найдем, разделив полный угол поворота колеса $\Delta j$ на 2π - угол одного полного оборота по окружности, равный 360$^0$ или 2π радиан:

$$N = \Delta j / 2\pi = \frac{w_0 \cdot t}{2} / 2\pi = 2\pi nt/4\pi = nt/2.$$

Выполним подстановку:

$N$ = 20с$^{-1}$·60с/2 = 600(об).

Ответ: $M_{тр}$ = 513Нм; $N$ = 600 оборотов.

Задача 3.5. Две гири с массами $m_1$ =2 кг и $m_2$ =1 кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $m$ =1кг. Найти ускорение $a$, с которым движутся гири, и силы натяжения $F_1$ и $F_2$ нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $m_1$=2кг<br>$m_2$=1кг<br>$J$=1/2m$R^2$ | Разность сил натяжения нитей по обе стороны блока $F_2$-$F_1$ будет создавать момент сил, вращающий блок. По основному закону динамики вращательного движения:<br>$(F_2 - F_1)R = J \cdot e$, |
| $F_1$, $F_2$ -?<br>$a$ =? | где $e = a / R$ - угловое ускорение, с которым вращается блок, $J = \frac{1}{2} m R^2$ - момент инерции блока как однородного диска. |

Уравнение движения гири $m_1$ (вниз) и гири $m_2$ (вверх) запишем в виде:

$$m_1 a = m_1 g - F_1,$$

$$m_2 a = m_2 g - F_2.$$

Допишем к этим уравнениям уравнение вращения блока:

$$(F_2 - F_1)R = J\, a / R,$$

и, решая их совместно, находим ускорение $a$, с которым движутся грузы, а затем и силы натяжения:

$$F_1 = m_1 (g - a),$$

$$F_2 = m_2 (g - a);$$

$$m_2 (g + a) + m_1 (g - a) = J a / R^2.$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)\cdot g}{m_1 + m_2 + J/R^2} = \frac{(m_1 - m_2)\cdot g}{m_1 + m_2 + 0{,}5m};$$

где $J = \frac{1}{2} m R^2$. Выполним подстановку и рассчитаем искомые величины:

$$a = \frac{(2кг - 1кг)\cdot 9{,}8\frac{м}{с^2}}{2кг + 1кг + 0{,}5кг} = 2,8\frac{м}{с^2};$$

$$F_1 = 2кг\,(9,8\frac{м}{с^2} - 2,8\frac{м}{с^2}) = 14Н;$$

$$F_2 = 1кг\,(9,8\frac{м}{с^2} + 2,8\frac{м}{с^2}) = 12{,}6Н.$$

Ответ: 14Н; 12,6Н; 2,8 $\frac{м}{с^2}$.

Задача 3.6. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси, проходящей через ее центр. На краю платформы стоит человек массой $m$ =60кг. На какой угол $\Delta j$ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе. Масса платформы $M$ равна 240 кг. Момент инерции $J$ человека рассчитывать как для материальной точки.

Дано:

$m$ = 60кг

$M$ =240кг

$\Delta j_1$=360$^0$

$J_2 = \frac{1}{2}MR^2$

$J_1 = m\ R^2$

---

$\Delta j_2$=?

Решение:

Момент импульса системы Человек-Платформа должен оставаться постоянным при любых изменениях в системе согласно закону сохранения момента импульса замкнутой системы. Следовательно, если в начальный момент времени система покоилась, и ее суммарный момент импульса был равен нулю, то в результате движения человека по окружности радиусом, равным радиусу платформы, то момент импульса платформы будет равен по модулю моменту импульса человека (совершающего один полный оборот по краю диска), т.е. $J_1 w_1 = J_2 w_2$, где $J_1$, $J_2$ - моменты инерции человека (как для материальной точки), платформы ( в форме диска); $w_1$ - относительная угловая скорость движения человека $w_1 = 2\pi/t - w_2$, где $w_2$ - угловая скорость движения платформы. Угловую скорость движения платформы найдем как скорость изменения угла поворота в единицу времени: $w_2 = \Delta j_2/t$, где $t$ - время, за которое человек совершил этот один полный оборот (2$p$ ).

Выполним подстановку переменных в закон сохранения момента импульса системы:

$$J_1 w_1 = J_2 w_2; \quad m_1 \cdot R^2 \cdot (2\pi/t - w_2) = \frac{1}{2} m_2 \cdot R^2 \cdot w_2;$$

$$m_1 \cdot R^2 \cdot \frac{2p}{t} = (\frac{1}{2} m_2 \cdot R^2 + m_1 \cdot R^2) \cdot w_2;$$

так как $w_2 = \Delta j_2/t$, то $m_1 \cdot R^2 \cdot \frac{2p}{t} = R^2 (\frac{1}{2} m_2 + m_1) \cdot \frac{\Delta j}{t}$,

или, сокращая обе части уравнения на $\frac{R^2}{t} \neq 0$, получим:

$$2pm_1 = (0{,}5m_2 + m_1) \cdot \Delta j_2;$$

$$\Delta j_2 = \frac{4p \cdot m_1}{m_2 + 2m_1}.$$

Выполним расчеты:

$$\Delta j_2 = \frac{4p \cdot 60кг}{240кг + 2 \cdot 60кг} = \frac{2}{3}p \ .$$

Ответ: платформа повернется на угол, равный $\frac{2}{3}p$ .

Задача 3.7. Маховик вращается по закону, выраженному уравнением $j$ =A + B$t$ +C$t^2$, где A=2рад, B= 16 рад/с, C=-2рад/с². Момент инерции $J$ колеса ( маховика) равен 50 кг м². Найти законы, по которым меняются вращающий момент $M$ и мощность $N$. Чему равна мощность в момент времени $t$ =3с?

<u>Дано:</u>

$j$ =A +B$t$ +C$t^2$

A =2рад

B =16рад/с

C = - 2рад/с²

$t$ =3с

---

$M = M(t)$

$N = N(t)$

$N$ (3с) =?

<u>Решение:</u>

1) Для получения закона изменения момента $M$ вращающей силы маховика воспользуемся основным законом динамики вращательного движения:

$M = Je$ ,

где $J$ - момент инерции колеса ( задан численно); $e$ - угловое ускорение, равное по определению скорости изменения угловой скорости в единицу времени:

$e$ = d$w$/d $t$, где $w$ =d$j$ /d $t$.

Выполним последовательно дифференцирование и найдем требуемый закон:

$w$ =d$j$ /d $t$=(A +B$t$ +C$t^2$)$'$=B +2C$t$,

$e$ =d$w$/d $t$=(B+2C$t$)$'$=2C.

$M = Je = J$2C=const,

так как $J$ = const =50кг м², и C= const=-2рад/с².

$M$ =50кгм²2(-2рад/с²)=-200Нм, где знак «-» говорит о замедлении вращения маховика и последующей его остановке.

2)Мощность есть работа, совершаемая системой (телом) за единицу времени:

$N$=d$A$/d $t$,

где $A = M\,\Delta j$ - работа при вращении маховика ( повороте его на угол$\Delta j$ ). Так как работа сил торможения (против движения) отрицательна, то в выражении для расчета мощности можно подставить модульное значение момента силы:

$N$=d$A$/d $t$ = $M$ ·d$j$ /d $t$ =$M$ ·$w$ = $M$ (B+2C$t$)=$M$ ·B+2C·$M$ ·$t$=D+E·$t$,

где D=$M$ ·B=200Нм·16/с=3200Вт; E=2C·$M$ =200Нм·2(-2рад/с²) =800Вт/с – новые постоянные величины (или const).

Уравнение для мощности примет вид: $N$=3200-800t (Вт).

В момент времени $t$ =3с значение мощности будет:

$N$ (3с) = 3200Вт-800 3Вт=800Вт.

Ответ: $M$ =-200Нм; $N$=D+E$t$,
где D = 3200Вт; E=800Вт/с; $N$ (3с) =800Вт

Задача 3.8. Маховое колесо начинает вращаться с угловым ускорением $e$ =0,5 рад/с² и через $t_1$=15с после начала движения приобретает момент импульса $L_1$=73,5кг м²/с.

Найти кинетическую энергию $E_{K2}$ колеса через время $t_2$=20с после начала движения.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $e$ =0,5рад/с² <br> $t_1$=15с <br> $L_1$=73,5кгм²/с <br> $t_2$=20с | Кинетическая энергия вращающегося тела $E_K = \frac{J \cdot w^2}{2}$, где $J$ - момент инерции тела, $w$ - его угловая скорость. Так как вращение махового колеса равноускоренное |
| $E_{K2}$=? | начальной скорости (из состояния покоя), то угловая |

скорость в момент времени $t_1$ равна $w_1$=$e \cdot t_1$, в момент времени $t_2$ равна $w_2$=$e \cdot t_2$.

Следовательно, кинетическая энергия колеса через время $t_2$ после начала движения определится как:

$$E_{K2} = \frac{J \cdot w_2^2}{2},$$

где $J$- момент инерции найдем из определения для момента импульса $L$ =$Jw$ как $J$=$L/w$. В момент времени $t_1$ известны и угловая скорость и момент импульса, отсюда:

$$J=L_1/w_1 = L_1/e \cdot t_1.$$

Подставим это выражение в формулу для кинетической энергии и выполним преобразования, а затем и расчеты с использованием данных условия задачи:

$$E_{K2} = \frac{J \cdot w_2^2}{2} = \frac{L_1 \cdot w_2^2}{2 \times w_1} = \frac{L_1 \cdot e^2 \cdot t_2^2}{2 \cdot e \cdot t_1} = \frac{L_1 \cdot e \cdot t_2^2}{2 \cdot t_1}.$$

Выполним расчет:

$$E_{K2} = \frac{73{,}5 кг \cdot м/c^2 \cdot 0{,}5c^{-2} \cdot (20c)^2}{2 \cdot 15c} = 490 Дж..$$

Ответ: $E_{K2}$=490 Дж.

Задача 3.9. Обруч диаметром $D$=56,5см висит на гвозде, вбитом в стенку, и совершает малые гармонические колебания в плоскости, параллельной стенке. Найти период колебания $T$ обруча.

| Дано: | Решение: |
| --- | --- |
| $D$=56, 5см=0,565м | Обруч, совершающий малые гармонические колебания относительно точки подвеса представляет собой физический маятник. Период малых колебаний физического маятника: |
| $T$ =? | $T=2p\sqrt{\frac{J}{mgl}}$, |

где $J$ - момент инерции маятника, относительно оси вращения; $l$ - расстояние от центра масс до оси вращения, $m$ - масса маятника, $g$ - ускорение свободного падения.

Момент инерции обруча найдем по теореме Штейнера:

$$J=J_0+m\ l^2,$$

где $J_0$- момент инерции этого обруча относительно оси проходящей через его центр масс (по таблице): $J_0=m\ R^2=m\ D^2/4$; $l$ - расстояние от оси, проходящей через центр масс до оси, проходящей через точку подвеса (ось вращения) соответственно. При подстановке получим:

$$T=2p\sqrt{\frac{mД^2/4+m\mathbf{l}^2}{mgD/2}}.$$

Так как центр масс обруча совпадает с центром окружности диаметра $D$, то $l=D/2$, то есть:

$$T=2\ p\sqrt{\frac{mD^2/4+mD^2/4}{mgD/2}}=2p\sqrt{\frac{D}{g}}.$$

Выполним подстановку и проведем расчеты:

$$T=2\times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}565\ м}{9{,}8\ м/с^2}}=1{,}5с.$$

Ответ: $T$ =1,5секунды.

Задача 3.10. С одного уровня наклонной плоскости одновременно начинают скатываться без скольжения сплошные цилиндр и шар одинаковых масс и одинаковых радиусов. Определить отношение скоростей цилиндра и шара на данном уровне.

| Дано: | Решение: |
| --- | --- |

| | |
|---|---|
| $m_1 = m_2 = m$<br>$R_1 = R_2 = R$<br>$h_1 = h_2 = h$<br>———<br>$v_1(h)/v_2(h) = ?$ | Воспользуемся законом сохранения энергии для двух состояний каждого из тел для нахождения их скоростей, а затем отношения этих скоростей.<br>В начальном состоянии на уровне высотой $H$ тела (цилиндр и шар) обладают потенциальными энергиями равными $mgH$, так как их массы равны. |

Эта энергия на некотором уровне $h_1 = h_2 = h$ переходит в сумму потенциальных $E_n = mgh$ и кинетических для каждого тела согласно закону сохранения энергии (в отсутствии сил трения):

для цилиндра:

$$mgH = mgh + E_{кц},$$

для шара:

$$mgH = mgh + E_{кш};$$

где $E_{кц} = E_{кц}$(поступ.)+ $E_{кц}$(вращ.)= $\dfrac{mv_Ц^2}{2} + \dfrac{J_Ц \times w_Ц^2}{2}$;

$E_{кш} = E_{кш}$(поступ.)+ $E_{кш}$(вращ.)= $\dfrac{mv_Ш^2}{2} + \dfrac{J_Ш \times w_Ш^2}{2}$.

Момент инерции цилиндра:

$$J_Ц = \frac{mR^2}{2},$$

момент инерции шара:

$$J_Ш = \frac{2mR^2}{5},$$

где $R$ - радиус цилиндра или шара ( имеющие одинаковое значение по условию задачи). Воспользуемся формулой связи угловой и линейной скоростей движения тел в виде: $v = wR$ и получим:

Для цилиндра:

$$mgH = mgh + \frac{mv_Ц^2}{2} + \frac{mR^2}{2}\,\frac{v_Ц^{\;2}}{R^2}\,\frac{1}{2},$$

Для шара:

$$mgH = mgh + \frac{mv_Ц^2}{2} + \frac{2mR^2}{5}\,\frac{v_Ш^{\;2}}{R^2}\,\frac{1}{2},$$

Решим совместно эти уравнения относительно линейных скоростей $v_ц$ и $v_ш$, затем найдем их отношение:

$$mgH - mgh = v_ц^2\, m\;\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right),\;\; mgH - mgh = v_ш^2 m\;\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right).$$

Отсюда: $(v_ц / v_ш)^2 = 14/15$ для любых значений высот $H$ и $h$.

Ответ: $(v_ц / v_ш)^2 = 14/15$ .

## 3.4. Молекулярная физика

Задача 4.1. Определить для серной кислоты: относительную молекулярную массу $M_r$, 2) молярную массу $M$.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $H_2SO_4$ | 1) Относительная молекулярная масса вещества равна сумме относительных атомных масс всех элементов, атомы которых входят в состав молекулы данного вещества, и определяется по формуле: |
| 1. $M_r$ –? 2. $M$–? | |

$$M_r = \Sigma n_i A_{r,i}, \tag{4.1.1}$$

где $n_i$— число атомов $i$-го элемента, входящих в молекулу; $A_{r,i}$ - относительная атомная масса $i$-го элемента.

Химическая формула серной кислоты имеет вид $H_2S0_4$. Так как в состав молекулы серной кислоты входят атомы трех элементов, то стоящая в правой части равенства (4.1.1) сумма будет состоять из трех слагаемых и эта формула примет вид

$$M_r=n_1A_{r,1} + n_2A_{r,2} +n_3A_{r,}. \tag{4.1.2}$$

Из формулы серной кислоты далее следует, что $n_1$=2 (два атома водорода), $n_2$=1 (один атом серы) и $n_3$ =4 (четыре атома кислорода).

Значения относительных атомных масс водорода, серы и кислорода найдем в таблице 1 (стр.)

$A_{r,1}$ = 1, $A_{r,2}$ =32, $A_{r,3}$ = 16.

Подставив значения $n_i$ и $A_{r,i}$ в формулу (4.1.2), найдем относительную молекулярную массу серной кислоты:

$$M_r = 2\cdot 1+1\cdot 32+4\cdot 16=98. \tag{4.1.3}$$

2) Зная относительную молекулярную массу $M_r$, найдем молярную массу серной кислоты по формуле

$$M=M_r 10^{-3} \text{ кг/моль}. \tag{4.1.4}$$

Подставив в формулу (4.1.4) значение $M_r$ из уравнения (4.1.3), получим $M=98\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Ответ: $M_r$ =98; $M=98\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 4.2. В сосуде объемом 2 м$^3$ находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27° С. Определите: 1). давление смеси газов; 2).молярную массу смеси газов.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $V$=2м$^3$<br>$m_1$=4кг<br>$M_1$=4·10$^{-3}$кг/моль<br>$m_2$=2кг<br>$M_2$=2·10$^{-3}$ кг/моль<br>$T$=300К | 1) Воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона, применив его к гелию и водороду:<br>$P_1V=(m_1/M_1)RT$; (4.2.1)<br>$P_2V=(m_1/M_1))RT$, (4.2.1)<br>где $P_1$ и $P_2$ – парциальные давления гелия и водорода соответственно; $m_1$ и $m_2$ – массы гелия и водорода; $M_1$ и $M_2$ – их молярные массы; $V$–объем сосуда; $T$ – температура газа; $R$=8,31 Дж/(моль·К) –универсальная |
| Найти: 1).$P$; 2).$M$. | |

газовая постоянная. Под парциальным давлением $P_1$ и $P_2$ понимается то давление, которое производил бы газ, если бы он только один находился в сосуде.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси:

$$P=P_1+P_2. \quad (4.2.3)$$

Из уравнений (4.2.1) и (4.2.2) выразим $P_1$ и $P_2$ и подставим в уравнение (4.2.3):

$$P=(m_1/M_1)RT+(m_2/M_2)RT=(m_1/M_1 + m_2/M_2)RT/V.$$

2) Найдем молярную массу смеси газов по формуле

$$M=(m_1+m_2)/(n_1+n_2), \quad (4.2.4)$$

где $n_1$ и $n_2$ —число молей гелия и водорода соответственно. Число молей газов найдем по формулам:

$$n_1=m_1/M_1, \quad (4.2.5)$$

$$n_2=m_2/M_2. \quad (4.2.6)$$

Подставляя выражения (4.2.5) и (4.2.6) в формулу (4.2.4), находим

$$M= \frac{m_1+m_2}{(m_1/M_1)+(m_2/M_2)}$$

Вычисления:

$$P=(\frac{4}{4\cdot 10^{-3}}+\frac{2}{2\cdot 10^{-3}})\frac{8{,}31\cdot 300}{2}=24{,}93\cdot 10^5\,Па=2493кПа;$$

$$M=\frac{4+2}{4/(4\cdot 10^{-3})+2/(2\cdot 10^{-3})}=3\cdot 10^{-3}\,кг/моль.$$

Определение размерностей P и M.

$$[P]=\frac{кг\cdot Дж/(моль\cdot К)\cdot К}{(кг/моль)\cdot м^3}=\frac{Н}{м^2};$$

$$[M]=\frac{кг}{кг/(кг\cdot моль^{-1})}=кг/моль.$$

Ответ: 1) $P$=2493 кПа; 2) $M$=3$\cdot$10$^{-3}$ кг/моль.

Задача 4.3. Найти число $n$ молекул водорода в 1с м$^3$, если давление $P$=2,6·10$^4$ Па, а средняя квадратичная скорость молекул при данных условиях составляет $<V_{кв}>$=2400 м/с.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $V$=1см$^3$<br>$P$=2,6·10$^4$Па<br>$<V_{кв}>$=2400 м/с | Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории, |
| $n$ – ? | $P=\frac{1}{3}n<V_{кв}>^2<.$ (4.3.1) |

где $m$ – масса молекулы водорода, которую найдём по известной молярной массе водорода $M=2\cdot10^{-3}кг/моль$ и числу Авогадро $\mathbf{N_A}$ = 6,02$\cdot$10$^{23}$ моль$^{-1}$, которое равно числу молекул в одном моле:

$$m=\frac{M}{N_A} \qquad (4.3.2)$$

Выразив из формулы (4.3.1) **n** и подставив в неё выражение (4.3.2), получим:

$$n=\frac{3PN_A}{M<V_{кв}>^2}=\frac{3\cdot200\cdot133\cdot6{,}02\cdot10^{23}}{2\cdot10^{-3}\cdot2400^2}=4{,}15\cdot10^{24}м^3$$

Проверим размерность, учитывая, что $Па=\frac{Н}{м^2}$:

$$[n]=\frac{(Н/м^2)1/моль}{(кг/моль)(м^2/с^2)}=\frac{кг\cdot м\cdot с^2}{кг\cdot с^2\cdot м^4}=м^3.$$

Ответ: $n$=4,15·10$^{24}$м$^3$.

Задача 4.4. Кислород в количестве $m$ = 10 г находится при температуре $t_1$=10 $^0$**С** и давлении $P$=3атм. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем $V_2$=10 л. Определить: а) объем $V_1$ газа до расширения; б) температуру $t_2$ газа после расширения; в) плотности $\rho_1$ и $\rho_2$ газа до и после расширения.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $M$=10г=0,01кг<br>$t_1$=10$^0$С; $T_1$=283К<br>$P_1$=3 атм=3·1,013·10$^5$ Па<br>$V_2$=10л=10$^{-2}$м$^3$ | а) К исходному состоянию кислорода применим уравнение Менделеева– Клапейрона:<br>$pV_1 = (m/M)\cdot RT_1$,<br>где $T_1$=283К – абсолютная температура кислорода до нагревания, $M$= $32\cdot 10^{-3}$ $кг/моль$ – молярная масса кислорода, |
| $V_1$-? $T_2$-? $\rho_1$ и $\rho_2$–? | |

$R$ =$8{,}32\cdot Дж/(моль\cdot К)$ - универсальная газовая постоянная. Тогда:

$$V_1 = \frac{mRT_1}{M\cdot P} = \frac{0{,}01\cdot 8{,}32\cdot 283}{32\cdot 10^{-3}\cdot 3\cdot 1{,}013\cdot 10^5}\cdot 2{,}4\cdot 10^{-3} м^3 = 2{,}4 м^3;$$

$$[V_1] = \frac{кг\cdot(Дж/моль\cdot К)К}{(кг/моль)\cdot Н/м^2} = \frac{Н\cdot м^3}{Н} = м^3;$$

б) поскольку кислород нагревался изобарно, применим к нему закон Гей – Люссака:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

где $T_2$- абсолютная температура кислорода после нагревания.

Тогда: $T_2 = \frac{V_2}{V_1}\cdot T_1 = \frac{10\ л}{2{,}4\ л}\cdot 283\ К = 1180^4\ К;\ t_2 = 907^0 C$

в) По вытекающей из уравнения Менделеева – Клайперона формуле:

$$r = \frac{PM}{RT}.$$

Поэтому:

$$r_1 = \frac{3\cdot 1{,}013\cdot 10^5\cdot 32\cdot 10^{-3}}{8{,}32\cdot 10^3\cdot 283} = 4{,}13 кг/м^3;$$

$$r_2 = \frac{3\cdot 1{,}013\cdot 10^5\cdot 32\cdot 10^{-3}}{8{,}32\cdot 10^3\cdot 283} = 0{,}99\ кг/м^3;$$

$$[r] = \frac{(Н/м^2)\cdot(кг/моль)}{(Дж/моль\cdot К)\cdot К} = кг/м^3.$$

Ответ: $V_1 = 2{,}4\ л; t_2 = 907°C;\ r_1 = 4{,}13\ кг/м^3;\ r_2 = 0{,}99\ кг/м^3.$

Задача 4.5. Из баллона со сжатым водородом вместимостью 10 л вследствие неисправности вентиля вытекает газ. При 7 $^0$С манометр показывает давление 5 МПа. Показание барометра не изменилось и при 17$^0$С. Какова масса вытекшего газа?

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $V = 10\,л = 10^{-2}\,м^3$ | Поскольку до и после вытекания газа его масса изменяется, то для начального и конечного состояний запишем два уравнения Менделеева – Клапейрона: |
| $T_1 = 7\,°C = 280\,K$ | $PV = m_1 RT_1 / M$ и $PV = m_2 RT_2 / M$, |
| $P = 5\,МПа = 5 \cdot 10^6\,Па$ | откуда найдём первоначальную массу до утечки |
| $T_2 = 17\,°C = 290\,K$ | и массу $m_2$ водорода после утечки: |
| $\Delta M$–? | |

$$m_1 = PVM\ /(RT_1). \text{ и } m_2 = PVM\ /(RT_2).$$

Следовательно, масса вытекшего газа:

$$\Delta m = m_1 - m_2,$$

$$\Delta m = (PVM / RT_1) - (PVM / RT_2) = (PVM) \cdot (T_2 - T_1) / RT_1 T_2,$$

$$\Delta m = 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (290 - 280) / 8{,}32 \cdot 290 \cdot 280 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,кг.$$

$$\left[\Delta m\right] = \frac{Па \cdot м^3 (кг / моль)}{(Дж / моль \cdot K)K} = кг.$$

Ответ: $\Delta m \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,кг.$

Задача 4.6. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода $\left\langle e_{вр} \right\rangle$ при температуре $T$=350 К, а также кинетическую энергию $<W_{вр}>$ вращательного движения всех молекул кислорода массой $m$=4 г.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $T$=350К | На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая в среднем энергия |
| $m$=4г=4$\cdot$10$^{-3}$кг | $\left\langle e_1 \right\rangle = \frac{1}{2} kT$, где $k$=1,38·10$^{-23}$Дж/К – постоянная |
| $\left\langle e_{вр} \right\rangle$-?, $<W_{вр}>$-? | Больцмана; $T$ – термодинамическая температура газа. |

Так как вращательному движению двухатомной молекулы ( молекула кислорода двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\left\langle e_{вр} \right\rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT.$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$<W_{вр}> = \left\langle e_{вр} \right\rangle N. \qquad (4.6.1)$$

Число всех молекул газа

$$N = nN_A, \qquad (4.6.2)$$

где $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро ( число молекул в одном моле); $n$– количество молей.

Если учесть, что количество вещества $n = m/M$, где m – масса газа; $M$ – молярная масса газа, то формула (4.6.2) примет вид: $N = N_A \dfrac{m}{M}$. Подставив выражение $N$ в формулу (4.6.1), получаем

$$<W_{вр}> = N_A \frac{m}{M} \left\langle e_{вр} \right\rangle.$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. таблица 1,стр.)

$$\left\langle e_{вр} \right\rangle = kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4{,}83 \cdot 10^{-21}\ Дж;$$

$$< W_{вр} > = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 0^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21} = 364\ Дж \cdot$$

Ответ: $\left\langle e_{вр} \right\rangle = 4{,}83 \cdot 10^{-21}\ Дж$; $<W_{вр}>$ =364 Дж.

Задача 4.7. Чему равна внутренняя энергия $U$= 20 г кислорода при температуре t=10$^0$С Какая энергия приходится на долю поступательного движения молекул и какая на долю их вращательного движения?

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль<br>$m$= 20г = 0,02кг<br>$t = 10\,^0C$ = 283К | Внутренняя энергия произвольной массы газа:<br>$U = \dfrac{m}{M} \cdot \dfrac{i}{2} \cdot RT$, |
| $U$-? $W_{пост}$-?<br>$W_{вращ}$-? | где $M$ – масса моля кислорода $i$=5 – число степеней свободы его молекул, T – абсолютная температура газа.<br>Поэтому: |

$$U = \frac{0{,}02}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}32 \cdot 283 = 3{,}68 \cdot 10^{3}\ Дж.$$

$$U = \frac{кг \cdot (Дж / моль \cdot К)К}{кг / моль} = Дж$$

Так как у двухатомной молекулы кислорода на поступательное движение приходится три степени свободы, а на вращательное две, то искомые части энергии $W_{пост}$ и $W_{вращ}$ находятся в отношении 3:2. Следовательно, на долю поступательного движения приходится энергия:

$$W_{пост} = \frac{3}{5}U = 2{,}21 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

и на долю вращательного – энергия:

$$W_{вращ} = \frac{2}{5}U = 1{,}47 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Ответ: $U = 3{,}68 \cdot 10^3$ Дж; $W_{пост} = 2{,}21 \cdot 10^3$ Дж; $W_{вращ} = 1{,}47 \cdot 10^3$ Дж.

Задача 4.8. Найти, какая часть общего числа молекул кислорода имеет при температуре 27°C скорости между 562 и 572 м/с.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $t = 27^0C = 300K$ | Вычислим наиболее вероятную скорость |
| $V_1 = 562$ м/с | $V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}} = 395\, м/с.$ |
| $V_2 = 572$ м/с | |
| $\Delta N/N$ - ? | |

Найдем отношение скорости $V_1$, равной 562 м/с, к наиболее вероятной скорости $V_в$ = 395 м/с:

$$\frac{V}{V_B} = 562 \text{ м/с} : 395 \text{ м/с} = 1{,}42.$$

Определим по рис.2.9 ординату, которая соответствует $u = \frac{V}{V_B} = 1{,}42$. Она равна 0,62. Ширина интервала скоростей равна 572 м/с–562 м/с=10 м/с. Ее отношение к наиболее вероятной скорости равно 10/395=0,0253.

Если умножить эту дробь на ординату 0,62, то мы найдем $DN/N$, т.е. ту часть молекул, скорости которых заключены в заданном интервале 10 м/с. Таким образом,

$$DN/N = 0{,}62 \cdot 0{,}0253 = 0{,}0156, \text{ или}$$

$$DN/N = 0{,}0156 \cdot 100 = 1{,}56\%.$$

Так можно поступать только в случае не слишком широкого интервала скоростей, в противном случае необходимо проинтегрировать $\frac{dN}{N}$ в заданном интервале скоростей.

Ответ: $DN/N = 0{,}0156 \cdot 100 = 1{,}56\%$.

Задача 4.9. Вычислить среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при температуре 17° С и нормальном давлении. Эффективный диаметр, молекул воздуха принять равным $3\cdot10^{-8}$см.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $t$=17$^0$С | Средняя длина свободного пробега молекул равна: |
| $T$=(17+273)К=290К | $<\lambda>=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\cdot p\cdot d_{эф}^2 P}$, |
| $P_H$=$1{,}013\cdot10^5$Па | где $k=1{,}38\cdot10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана. |
| $d_{эф}$=$3\cdot10^{-8}$см =$3\cdot10^{-10}$м | Вычислим при заданных условиях $<\lambda>$: |
| $<\lambda>$–? | |

$$< l >=\frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot290}{\sqrt{2}\cdot3{,}14\cdot9\cdot10^{-20}\cdot1{,}013\cdot10^{5}}\approx10^{-7}\,м\,.$$

Определим размерность $<\lambda>$:

$$[<\lambda>]=\frac{(Дж\,/\,К)\cdot К}{м^2\cdot Па}=\frac{Н\cdot м}{м^2\cdot(Н\,/\,м^2)}=м.$$

Ответ: $<\lambda>=10^{-7}$м.

Задача 4.10. Определите: 1) среднюю длину свободного пробега молекул; 2) число соударений за 1 с, происходящих между всеми молекулами азота, находящегося в сосуде емкостью 2л при температуре 27$^0$ С и давлении 100 кПа.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $P$=2л=$2\cdot10^{-3}$ м$^3$; | 1) Средняя длина свободного пробега молекул азота вычисляется по формуле |
| $M$ = $32\cdot10^{-3}$ кг/моль; | $< l >=\dfrac{1}{\sqrt{2}pd_{эф}^2 n}$ (4.10.1) |
| $t$=327$^o$С, | где $d_{эф}$ – эффективный диаметр молекулы азота; |
| $T$=(t+273)К=600К; | $p$=3,14, $n$ – число молекул в единице объема, которое можно определить из уравнения $P=n\kappa T$. |
| $P$=200 кПа =$2\cdot10^5$Па; | Число молекул в единице объема равно: |
| $d_{эф}$=$3\cdot10^{-10}$м. | |
| Найти: | |
| 1).$<\lambda>$; 2).$<Z>$ | |

$$n=\frac{P}{kT}, \tag{4.10.2}$$

где $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Подставляя (4.10.2) в

(4.10.1), получим

$$<l>=\frac{\kappa T}{\sqrt{2}pd_{эф}^{2}P}. \qquad (4.10.3)$$

2) Среднее число соударений одной молекулы за 1 с со всеми остальными

$$<Z_1>=<V_{ар}>/<l>, \qquad (4.10.4)$$

где $<V_{ар}>$ – средняя арифметическая скорость молекулы.

$$<V_{ар}>=\sqrt{8RT/(p\cdot M)}. \qquad (4.10.5)$$

Подставляя выражение (4.10.5) в (4.10.4), получим

$$<Z_1>=\frac{\sqrt{8RT/(p\cdot M)}}{<l>}. \qquad (4.10.6)$$

3) Число соударений $Z$, происходящих между всеми молекулами за 1 с,

$$Z=\frac{1}{2}<Z_1>\cdot N, \qquad (4.10.7)$$

где $N$ – число молекул азота в сосуде объемом $V=2\cdot 10^{-3}$ м$^3$; $<Z_1>$ – среднее число соударений одной молекулы со всеми остальными за 1 с.
Число молекул в сосуде

$$N=nV. \qquad (4.10.8)$$

Подставляя в (4.10.7) выражения (4.10.6), и (4.10.8), находим

$$Z=<Z_1>n\cdot V.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$<l>=\frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 600}{\sqrt{2}\cdot 3{,}14\cdot 3^2\cdot 10^{-20}2\cdot 10^5}=3{,}56\cdot 10^{-8}\text{ м},$$

$$<Z>=\frac{\sqrt{8RT/(p\cdot M)}}{<l>}\cdot(P\cdot V)/(k\cdot T),$$

$$<Z>=9\cdot 10^{28}\text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $<l>=3{,}56\cdot 10^{-8}$ м, $<Z>=9\cdot 10^{28}$ с$^{-1}$.

Задача 4.11. Найти количество азота $DM$, прошедшего вследствие диффузии через площадку $\Delta S=100\ см^2$ за время $t=10$с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен $\frac{\Delta r}{\Delta x}=-1{,}26\ кг/м^4$. Температура азота $T=3000^0K$; средняя длина свободного пробега молекул азота $<l>=10^{-5}$ см.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $\Delta S = 100\ см^2 = 10^{-2}\ м^2$<br>$\Delta t = 10\ с$<br>$T = 300\ ^0K$<br>$< l > = 10^{-5} см. = 10^{-7}\ м$<br>$\dfrac{\Delta r}{\Delta x} = -1{,}26\ кг/м^4$ | Согласно закону Фика, количество вещества прошедшего вследствие диффузии через площадку: ΔS выражается формулой: |
| $\Delta M$ - ? | |

$$\Delta M = -D\frac{\Delta r}{\Delta x}\Delta S\Delta t \qquad (4.11.1)$$

где $D = \frac{1}{3} < l > < V_{ар} >$ – коэффициент диффузии Из молекулярно-кинетической теории следует, средняя арифметическая скорость теплового хаотического движения молекул

$$<V_{ар}> = \sqrt{\frac{8RT}{p \cdot M}}, \qquad (4.11.2)$$

где $M$= 28 $10^{-3}$кг/моль - молярная масса азота, $R$=8,31Дж/мольК.

Подставляя (4.11.2) в (4.11.1)получим:

$$\Delta M = -\frac{1}{3} < l > \sqrt{\frac{8RT}{p\ \ M}} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta x}\Delta S\Delta t$$

$$\Delta M = \frac{1}{3}10^{-7}\ м\sqrt{\frac{8 \cdot 8{,}32 \cdot 300}{3{,}14 \cdot 28}} \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-6}кг$$

$$[\Delta M] = м\left[\frac{(Дж/моль \cdot K) \cdot K}{кг/моль}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot (кг/м^4) \cdot м^2 \cdot с = кг$$

Ответ: $[\Delta M] = 2 \cdot 10^{-6}\ кг.$

Задача 4.12 **.** Какое количество теплоты $\Delta Q$теряется ежечасно через двойную парниковую раму за счет теплопроводности воздуха, заключенного между ее полиамидными пленками? Площадь каждой пленки $\Delta S$=4м$^2$, расстояние между ними $\Delta x$=30см, Температура в парнике, $t_1$=18$^0$С температура наружного пространства $t_2$= –20$^0$С.Температуру $t$ воздуха между пленками считать равной среднему арифметическому температур в парнике и в окружающем пространстве. Радиус молекулы воздуха $r$=1,5·10$^{-8}$ см, молярная масса воздуха $M$= 29 10$^{-3}$кг/моль.

| Дано: | Решение: |
|---|---|

| | |
|---|---|
| $\Delta S$=4м$^2$<br>$\Delta x$=30см =0,3м<br>$t_1$=18 °C<br>$t_2$= –20$^0$C<br>$r$=1,5·10$^{-8}$см= =1,5·10$^{-10}$м<br>$M$= 29 10$^{-3}$кг/моль | Согласно уравнению теплопроводности газа $\Delta Q = \frac{1}{3} < l > < V_{ap} > r\ c_V \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$<br>где $< l >$ и $<V_{АР}>$средняя длина свободного пробега и средняя арифметическая скорость молекул воздуха, ρ плотность воздуха, $c_V$- его удельная теплоемкость при постоянном объеме, $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – градиент температуры. |
| $\Delta Q$ – ? | Из молекулярно-кинетической теории идеальных газов следует:<br>$< l > = \frac{1}{\sqrt{2}p\ d_{эф}^2 n} = \frac{k\ T}{4\sqrt{2}p\ r^2 P}$, |

где $n$ –число молекул в единице объема воздуха, $P$–давление воздуха, $k$=1,38·10$^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Из определения градиента: $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{t_2 - t_1}{\Delta x} = \frac{-20-18}{0,3} = -127(К/м)$.

По условию задачи: $t = \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{-20+18}{2} = -10^0 C$,

откуда абсолютная температура воздуха между пленками,

$$T = t + 273 = -1 + 273 = 272К.$$

$$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{i}{2M} R,$$

где $C_V$ – молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме, $i$=5 – число степеней свободы 2-х атомной молекулы воздуха.

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \cdot \frac{kT}{4\sqrt{2}p\ r^2 P} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{pM}} \cdot \frac{pM}{RT} \cdot \frac{iR}{2M} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t =$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot \frac{k}{4\sqrt{2}p\ r^2} \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t \cdot \sqrt{\frac{8RT}{pM}}.$$

$$\Delta Q = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3600 \cdot 127}{24\sqrt{2}p \cdot 1,5^2 \cdot 10^{-20}} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \cdot 10^3 \cdot 272}{p \cdot 29}} = 2,4 \cdot 10^4\ Дж.$$

$$[\Delta Q] = \frac{(Дж/К)(К/м)м^2 с}{м^2} \cdot \left[\frac{(Дж/моль \cdot К) \cdot К}{кг/моль}\right]^{\frac{1}{2}} = Дж \cdot$$

Ответ: $[DQ] = 2,4 \cdot 10^4\ Дж.$

Задача 4.13. Найти коэффициент внутреннего трения $h$ азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него при этих условиях: $D$=1,42·10$^{-5}$м$^2$/с.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $D$=1,42·10$^{-5}$м$^2$/с | Из молекулярно-кинетической теории явлений переноса следуют выражения коэффициентов внутреннего трения и диффузии: |
| $P_{\text{Н}}$=10$^5$Па | |
| $T_{\text{Н}}$=273К | |
| $h$ - ? | |

$$h = \frac{1}{3} <\lambda><V_{\text{ар}}>r \quad \text{и} \quad D=<\lambda><V_{\text{ар}}>, \qquad (4.13.1)$$

где < $l$ > –средняя длина свободного пробега, молекул азота, <$V_{\text{ар}}$>– средняя арифметическая скорость молекул, $r$- плотность газа ( $r = \frac{m}{V}$ ).

Из выражения (4.13.1) видно, что $h = Dr$.

Выразим плотность газа $r$ из уравнения Менделеева–Клапейрона $PV = \frac{m}{M} RT$:

$$r = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}, \qquad (4.13.2)$$

где $M$=28 10$^{-3}$кг/моль – молярная масса азота, $R$=8,32 10$^{-3}$ Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная, а $P$ и $T$ – давление и абсолютная температура газа.

Подставим в формулу(4.13.2) значение $D$ и $r$ при условии, что газ находится при нормальных условиях, т.е. $P_{\text{Н}}$ = 10$^5$ Па, а $T_{\text{Н}}$= 273К, получим:

$$h = D \cdot \frac{P_H \cdot M}{R \cdot T}.$$

$$h = \frac{1{,}42 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{5} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8{,}32 \cdot 273} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ кг/(м \cdot с).$$

$$[h] = \frac{(м^2/с)\cdot(Н/м^2)\cdot(кг/моль)}{(Дж/мольК)К} = кг/м \cdot с \cdot$$

Ответ: $h$=1,8·10$^{-5}$кг/(м·с).

## 3.5. Термодинамика

Задача 5.1. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме $c_V$ и при постоянном давлении $c_P$ неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $H_2$, $Ne$ | Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами: |
| $c_V$-?, $c_P$-? | $c_V=\frac{i}{2}\frac{R}{M}, c_P=\frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$, |

где $i$ – число степеней свободы молекулы газа; $M$ – молярная масса. Для неона (одноатомный газ) $i$=3 и $M$=20·10$^{-3}$ кг/моль (таблица 1,стр.)

$$c_V=\frac{3}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}}=6{,}24\cdot10^{2}\;Дж/(кг\cdot К);$$

$$c_P=\frac{3+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}}=1{,}04\cdot10^{3}\;Дж/(кг\cdot К).$$

Для водорода (двухатомный газ) $i$=5 и $M$=2·10$^{-3}$ кг/моль. Тогда для него

$$c_V=\frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31}{2\cdot10^{-3}}=1{,}04\cdot10^{4}\;Дж/(кг\cdot К);$$

$$c_P=\frac{5+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{2\cdot10^{-3}}=1{,}46\cdot10^{4}\;Дж/(кг\cdot К).$$

Ответ: $c_V=1{,}04\cdot10^{4}\;Дж/(кг\cdot К)$; $c_P=1{,}46\cdot10^{4}\;Дж/(кг\cdot К)$

Задача 5.2. Определить количество теплоты, поглощаемой водородом массой $m$ =0,2 кг при нагревании его от температуры $t_1$ =0$^0$C до температуры $t_2$ =100$^0$C при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $H_2$<br>$m$=0,2кг<br>$t_1$=0$^0$C; $T_1$=273K<br>$t_2$=100 $^0$C; $T_2$=373K<br>$P$=const | Количество теплоты Q, поглощаемое водородом при изобарном нагревании, определим по формуле:<br>$Q=\frac{m}{M}C_P\,\Delta T$, (5.2.1)<br>где $m$ – масса газа; $M$ – молярная масса, $C_P$ – |

| $\Delta U$-?, $A$-? | его молярная теплоемкость при постоянном давле- |
|---|---|

нии; $\Delta T$– изменение температуры газа при нагревании. Как известно, для идеального газа

$$C_P = \frac{(i+2)}{2} R,$$

где $R$=8,31Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная; $i$=5 – число степеней свободы 2-х атомной молекулы водорода. Подставив это выражение в формулу (5.2.1), получим:

$$Q = \frac{m}{M} \frac{(i+2)}{2} R\, DT.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$Q = \frac{0{,}2}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 100 = 290850 \text{Дж} \approx 291 \text{кДж}.$$

$$[Q] = \frac{кг}{кг/моль} \frac{Дж}{мольК} К = Дж.$$

*Внутренняя энергия выражается формулой*

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R \cdot T,$$

следовательно, изменение внутренней энергии

$$DU = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R \cdot \Delta T.$$

После подстановки в эту формулу числовых значений величин и вычислений, получим

$$\Delta U = 208 \ кДж.$$

Работу расширения газа определим по формуле, выражающей первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

откуда: $A = Q - \Delta U$.

Подставив значения Q и $\Delta U$, найдем

A=83 кДж.

Ответ: $Q \approx 291$кДж; $A$ = 83 кДж; $\Delta U$=208кДж..

Задача 5.3. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя $T_1$=500 К. Определить КПД $h_к$ цикла и температуру $T_2$ холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A$=350 Дж.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $Q_1$=1кДж=$10^3$Дж<br>$T_1$=500 К.<br>$A$=350 Дж | КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. КПД тепловой машины выражается формулой |
| $h_к$ - ? $T_2$ - ? | |

$$h=A/Q_1=(Q_1-Q_2)/Q_1, \qquad (5.3.1)$$

где $Q_1$ – теплота, полученная от нагревателя; $A$ – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно,

$$h_к=(T_1-T_2)/T_1, \qquad (5.3.2)$$

приравняв выражения (5.3.1) и (5.3.2) определим температуру холодильника $T_2$:

$$T_2=T_1(1-h_к).$$

Произведем вычисления:

$$h_к=350/1000=0{,}35;$$

$$T_2=500(1-0{,}35)\text{ К}=325\text{ К}.$$

Ответ: $h_к=0{,}35; T_2=325К$

Задача 5.4. Идеальная тепловая машина получает от нагревателя, температура которого 227 $^oC$, за один цикл 3,36 кДж теплоты. Найти количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику, температура которого 400 К. Найти работу машины за один цикл.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $t$=227°С; $T$=500К<br>$Q_1$=3,36кДж=3360Дж<br>$T_2$=400К | По определению, к.п.д. идеальной тепловой машины Карно:<br>$h_к=(Q_1-Q_2)/Q_1=(T_2-T_1)/T_1$, откуда:<br>$Q_2=Q_1T_2/T_1;$ |
| $Q_2$–?, $A$–? | |

$$Q_2=(3360\cdot 400)/500=2688\,Дж$$

Тогда работа машины за один цикл:

$$A=Q_1-Q_2;$$

$$A=(3360-2688)=672\,Дж$$

Ответ: $Q_1$=2688Дж; $A$=672Дж.

Задача 5.5. Определить изменение $\Delta S$ энтропии при изотермическом расширении кислорода массой $m$=10г от объема $V_1$=25л до объема $V_2$=100 л

<u>Дано:</u>

$M$=10г=0,01кг

$V_1$=25л=25·10$^{-3}$м$^3$

$V_2$=100л=10$^{-1}$м$^3$

$\Delta S - ?$

<u>Решение:</u>

Так как процесс изотермический, то в общем выражении энтропии

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

температуру можно вынести за знак интеграла. Выполнив это, получим

$$\Delta S=\frac{1}{T}\int_1^2 dQ\ \ \frac{1}{T}Q. \qquad (5.5.1)$$

Количество теплоты $Q$, полученное газом, найдем по первому началу термодинамики

$$Q=\Delta U+A. \qquad (5.5.2)$$

Для изотермического процесса $\Delta U$=0, следовательно, $Q=A$,
а работа для этого процесса определяется по формуле

$$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (5.5.3)$$

С учетом (5.5.2) и (5.5.3) равенство (5.5.1) примет вид

$$\Delta S = (m/M)R\ln(V_2/V_1). \qquad (5.5.4)$$

Поставив в (5.5.4) числовые значения и произведя вычисления, получим:

$\Delta S$=3,6 Дж

Ответ: $\Delta S = 3{,}6\ Дж/К.$

# 4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**101**. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $A$=6м, $t=3\frac{м}{с}$, $C=2\frac{м}{с^2}$. Найти среднюю скорость $V_{ср}$ и ускорение $a$ тела для интервала времени 1с$\le t \le$4с. Построить графики зависимости пути $S$ от времени $t$ для интервала $0 \le t \le$ 6с через 1с.

**102**. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $A$=3м, $B=2\frac{м}{с}$, $C=1\frac{м}{с^2}$. Найти ускорение $a$ и среднюю скорость $V_{ср}$ за первую, вторую и третью секунды движения.

**103**. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$; где $A_1$=20м, $A_2$=2м, $B_1 = B_2 = 2\frac{м}{с}$, $C_1 = -4\frac{м}{с^2}$, $C_2 = 0{,}5\frac{м}{с^2}$. В какой момент времени $t$ скорости этих тел будут одинаковы? Определить скорости $V_1$, $V_2$ и ускорения $a_1$, $a_2$ точек в этот момент.

**104**. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0{,}14\frac{м}{с^2}$ и $D = 0{,}01\frac{м}{с^3}$. Через какое время после начала движения тело будет иметь ускорение $a = 1\frac{м}{с^2}$? Найти среднее ускорение $a_{ср}$ тела за этот промежуток времени, считая от начала движения.

**105**. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ задана уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2\frac{м}{с}$, $B = 3\frac{м}{с^2}$, $C = 4\frac{м}{с^3}$. Найти: а)зависимость скорости V(t) и ускорения $a(t)$ от времени; б) расстояние $S$, пройденное телом; скорость и ускорение тела через $t$=2с после начала движения; в) построить графики зависимостей пути $S(t)$, скорости V(t), ускорения $a(t)$ от времени для интервала $0 \le t \le$ 3с через 0,5с.

**106**. Из одного и того же места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через 2с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью $V_{01} = 1\ \frac{м}{с}$ и ускорением $a_1 = 2\ \frac{м}{с^2}$, вторая – с начальной скоростью $V_{02} = 10\ \frac{м}{с}$ и ускорением $a_2 = 1\ \frac{м}{с^2}$. Через какое время и на каком расстоянии от исходного положения вторая точка догонит первую?

**107**. Тело движется по прямолинейной траектории согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где $A = 6\frac{м}{с}$, $B = -0{,}125\frac{м}{с^3}$. Определить среднюю скорость $V_{ср}$ точки в интервале времени от $t_1 = 2с$ до $t_2 = 6с$.

**108**. Тело движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $S = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2\frac{м}{с}$, $C = 1\frac{м}{с^2}$. Найти линейную скорость $v$ точки, ее тангенциальное $a_К$, нормальное $a_н$ и полное $a$ ускорения через время $t = 3$ с после начала движения, если известно, что при некотором $t = 2с$ нормальное ускорение точки $a_н = 0{,}5\frac{м}{с^2}$.

**109**. Колесо радиусом $R = 0{,}1м$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $j = A + Bt + Ct^3$, где $B$ = 2 рад/с и $C = 1$ рад/с$^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2с$ после начала движения: а) угловую скорость $w$; б) линейную скорость $v$; в) угловое ускорение $e$; г) тангенциальное $a_К$ и нормальное $a_н$ ускорения.

**110**. Колесо радиусом $R = 5$ см вращается так, что зависимость угла поворота точек, лежащих на ободе колеса от времени дается уравнением $j = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $D = 1$ рад/с$^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти приращение модуля тангенциального ускорения $\Delta a_К$ за единицу времени.

**111**. Под каким углом к горизонту нужно наклонить ствол орудия, чтобы поразить цель, находящуюся на расстоянии $L = 10км$, если начальная скорость снаряда $v_0 = 500м/с$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

112. Частица движется со скоростью $\vec{v} = \vec{i} + 2t\vec{j} + 3t^2\vec{k}$. Найти:
а) перемещение $\Delta\vec{r}$ частицы за первые 2 секунды ее движения; б) модуль скорости в момент времени $t = 2с$.

**113**. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + \vec{k}$. Найти: а) скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ частицы; б) модуль скорости $v$ в момент времени $t$=1с; в) приближенное значение пути $S$, пройденного частицей за 11 секунду.

**114**. Первоначально покоившееся тело прошло за время $t$=10с полторы окружности радиуса $R$=5м с постоянным тангенциальным ускорением. Вычислить соответствующие этому промежутку времени значения: а) среднего модуля скорости $\langle v \rangle$, б) модуля средней скорости $\left| \langle \vec{v} \rangle \right|$, в) модуля среднего ускорения $\left| \langle \vec{a} \rangle \right|$.

**115**. Начальное значение скорости равно $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ (м/с), конечное $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (м/с). Найти: а) приращение скорости $\Delta\vec{v}$, модуль приращения скорости $|\Delta\vec{v}|$.

**116**. Зависимость скорости материальной точки от времени задана уравнением $V_x$=6$t$. Написать уравнение движения $x$=$x(t)$, если в начальный момент времени ($t$=0) движущаяся точка находилась в начале координат ($x$=0). Вычислить путь $S$, пройденный материальной точкой за 10с.

**117**. Уравнение движения материальной точки имеет вид $x$=0,4$t$. Написать формулу зависимости $V_x(t)$ и построить график. Показать на графике штриховкой площадь, численно равную пути, пройденному точкой за 4с, и вычислить этот путь.

**118**. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью $V_0$=30м/с. Определить скорость $v$, тангенциальное $a_К$ и нормальное $a_н$ ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

**119**. Пуля выпущена с начальной скоростью $V_0$=200м/с под углом $a$ =60$^0$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность полета $S$ и радиус $R$ кривизны траектории пути в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**120**. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $t$=2с камень упал на землю на расстоянии $S$=40м от основания вышки. Определить начальную $V_0$ и конечную скорости камня.

**121**. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1$=1,5кг и $m_2$=3кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

**122**. На гладком столе лежит брусок массой $m$=4кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых $m_1$=1кг и $m_2$=2кг. Найти ускорение $a$, с которым движется брусок, и силу натяжения $F_н$ каждого из шнуров. Трением пренебречь.

**123**. Наклонная плоскость, образующая угол $a$ =25$^0$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l$=2м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за 2с. Определить коэффициент трения $m$ тела о плоскость.

**124**. Материальная точка массой $m$=2кг движется под действием некоторой силы $F$ согласно уравнению $x$=А+В$t$+С$t^2$+Д$t^3$, где С=1м/с$^2$, Д= - 0,2м/с$^3$. Найти значение этой силы в моменты времени $t_1$=2с и $t_2$= 5 с. В какой момент времени сила равна нулю?

**125**. Ракета массой $m$=1т, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, поднимается с ускорением $a$=2$g$. Скорость V струи газов, вырывающихся из сопла, равна 1200м/с. Найти расход горючего $Q$.

**126**. Шарик массой $m$=300г ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс $p_1$, полученный стенкой, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость $V_0$=10м/с, направленную под углом $a$ =30$^0$ к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

**127**. Моторная лодка массой $m$=400кг начинает двигаться по озеру. Сила тяги $F$ мотора равна 0,2 кН. Считая силу сопротивления $F_c$ пропорциональной скорости, определить скорость лодки через 20 с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления $k$=20кг/с.

**128**. Самолет летит в горизонтальном направлении с ускорением $a$=20м/с$^2$. Какова перегрузка пассажира самолета? Перегрузкой считать отношение силы, действующей на пассажира, к силе тяжести.

**129**. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силы тяжести $mg$. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением $a$=1м/с$^2$ в гору с уклоном 1м на каждые 25 м пути.

**130**. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением $a$=0,5м⁄с$^2$. Через 10 секунд после начала движения мотор трамвая выключается, и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения $m$=0,01. Найти наибольшую скорость трамвая, общее время движения, ускорение трамвая при равнозамедленном движении, общее расстояние, пройденное трамваем.

**131**. Снаряд массой $m_1$=100кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью $V_1$=500м/с, попадает в вагон с песком, масса которого $m_2$=10т, и застревает в нем. Какую скорость $u$ получил вагон, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $v_2$ =36км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался с той же скоростью в направлении, противоположном движению снаряда?

**132**. Камень массой $m$=1кг брошен вертикально вверх с начальной скоростью $V_0$=9,8м/с. Построить график зависимости от времени $t$ кинетической ($E_к$) и потенциальной ($E_п$), а также полной ($E$) энергий камня для интервала времени $0 \le t \le 2$с через 0,2с.

**133**. Самолет поднимается и на высоте $h$=5км достигает скорости $v$ =360км/ч. Во сколько раз работа $A_1$, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы $A_2$, идущей на увеличение скорости самолета?

**134**. Вагон массой $m$=20т, двигаясь равнозамедленно с начальной скоростью $v_0$ =54км/ч, под действием силы трения $F_{тр}$=6кН через некоторое время останавливается. Найти работу силы трения и расстояние $S$, которое вагон пройдет до остановки.

**135**. Мяч, летящий со скоростью $V_1$ =15м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью $v_2$ =20м/с. Найти изменение импульса мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии составило 8,75Дж.

**136**. Стальной шарик $m$=20г, падая с высоты $h_1$=1м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2$=81см. Найти импульс силы, полученный плитой во время удара, и количество теплоты, выделившееся при ударе.

**137**. Трамвай движется с ускорением $a$=49см/с$^2$. Найти коэффициент трения $m$, если известно, что 50% мощности мотора идет на преодоление силы трения и 50% на увеличение скорости движения.

**138**. Тело массой $m_1$=5кг ударяется о неподвижное тело массой $m_2$=2,5кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией $E_{K2}$=5Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетические энергии $E_{K1}$, $E'_{K1}$ первого тела до и после удара.

**139**. Тележка, масса которой 120 кг, движется по рельсам без трения со скоростью 6м/с. С тележки соскакивает человек массой 80 кг под углом 30$^0$ к направлению ее движения в горизонтальной плоскости. Скорость тележки уменьшается при этом до 5м/с. Какова была скорость человека относительно земли во время прыжка?

**140**. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня $l$ = 1 м. Найти скорость $v$ пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол $a$ =10$^0$.

**141**. Определить момент инерции $J$ тонкого однородного стержня длиной $l$=30см и массой $m$ =100г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 3) точку, отстоящую от конца стержня на 1/3 его длины.

**142**. Найти момент инерции $J$ плоской однородной прямоугольной пластины массой $m$ =800г относительно оси, совпадающей с одной из ее сторон, если длина другой стороны равна 40 см.

**143**. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом 5см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m$ =0,4 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $S$=1,8м за время $t$=3с. Определить момент инерции $J$ маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

**144**. Тонкий однородный стержень длиной $l$=50см и массой $m$ =400г вращается с угловым ускорением $e$ =3 рад/с около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент $M$ .

**145**. Два тела массами $m_1$=0,25кг и $m_2$=0,15кг связаны тонкой нитью, переброшенной через блок. Блок укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой $m$ . С каким ускорением $a$ движутся тела, и каковы силы $T_1$ и $T_2$ натяжения нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения $m$ тела о поверхность стола равен 0,2. Масса $m$ блока равна 0,1 кг, и ее можно считать равномерно распределенной по ободу. Массой нити и трением в подшипниках оси блока пренебречь.

**146**. Через неподвижный блок массой $m$ =0,2кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1$=0,3кг и $m_2$=0,5кг. Определить силы $T_1$ и $T_2$ натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

**147**. Шар, массой $m$ =10кг и радиусом $R$=20см, вращается вокруг своей оси, проходящей через центр. Уравнение вращения шара имеет вид $j$ =A+B$t^2$+C$t^3$, где B=4 рад/с$^2$ , C=-1рад/с$^3$. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил $M$ в момент времени $t$ =2с.

**148**. Кинетическая энергия ( $E_K$ ) вращающегося маховика равна 1кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N$=80 оборотов, остановился. Определить момент ( $M$ ) силы торможения.

**149**. Платформа в виде диска радиусом $R$=1м вращается по инерции с частотой $n_1$=6мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек массой $m$ =80кг. С какой частотой $n_2$ будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции $J$ платформы равен 120 кгм$^2$. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

**150**. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной $l$=2,4м и массой $m$ =8кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $n_1$=1с$^{-1}$. С какой частотой $n_2$ будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции $J$ человека и скамьи равен 6 кгм$^2$.

**151**. Определить молярную массу и массу молекулы соляной кислоты ($HCl$).

**152**. Какова молярная масса сероводорода? Сколько молекул содержится в 10г сероводорода ($H_2S$)?

**153**. Какова масса 15 моль серной кислоты и какова её молярная масса?

**154**. Определить массу моля и массу одной молекулы следующих веществ: 1) озона ($O_3$), 2) углекислого газа ($CO_2$), 3) серной кислоты ($H_2SO_4$).

**155**. Определить относительную молекулярную массу $M_r$: 1) сероводорода ($H_2S$), 2)углекислого газа ($CO_2$) и серной кислоты ($H_2SO_4$).

**156**. Определить количество вещества $n$ и число $N$ молекул хлора в массе m=150г.

**157**. Каково давление газа, если средняя квадратичная скорость движения его молекул 800 м/с, а его плотность 1,65кг/м$^3$? .

**158**. Найти концентрацию молекул азота, если давление его 0,3 МПа, а средняя квадратичная скорость молекул равна 500 м/с.

**159**. В баллоне емкостью 0,5 м$^3$ находится 4 кг водорода и 6,5 кг азота. Определите давление смеси, если температура окружающей среды 18 $^0$С.

**160**. В баллоне емкостью 30 л находится сжатый воздух при 17 $^0$С. После того как часть воздуха выпустили, давление понизилось на $2\cdot10^5$ Па. Определите массу выпущенного воздуха. Процесс считать изотермическим.

**161**. При температуре 27 $^0$С и давлении $12\cdot10^5$ Па плотность смеси водорода и азота 10 г/дм$^3$. Определите молярную массу смеси.

**162**. В сосуде, имеющем форму шара, радиус которого 0,2 м, находится 80 г азота. До какой температуры можно нагреть сосуд, если его стенки выдерживают давление $7\cdot10^5$ Па?

**163**. Определить плотность смеси, состоящей из 8г водорода и 32г кислорода, при температуре 10$^0$С и давлении 100 кПа.

**164**. 50 г кислорода находятся под давлением 0,202 МПа при $t = 20^0$С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объём 15 л. Найти объём газа до расширения и температуру газа после расширения.

**165**. Объём воздуха в комнате 100 м$^3$, атмосферное давление102 кПа. Какова масса вышедшего из комнаты воздуха при повышении температуры от 10 до 25 $^0$С, если давление остаётся неизменным?

**166**. Найти среднюю кинетическую энергию молекулы двухатомного газа при давлении 10 кПа. Концентрация молекул этого газа при указанном давлении составляет $10^{25}$ м$^{-3}$.

**167**. Из баллона со сжатым водородом вместимостью 15 л вследствие неисправности вентиля утекает газ. При 9$^0$С манометр показывает давление 6 МПа. Показание манометра не изменились и при 19 $^0$С. Определить массу вытекшего газа.

**168**. Определите среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, если суммарная кинетическая энергия молекул 1 кмоль этого газа 6,02 МДж.

**169**. Азот массой 1 кг находится при температуре 280 К. Определить: 1) внутреннюю энергию азота; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул азота.

**170**. Какова внутренняя энергия 5 моль двухатомного газа при $t = 17^0$С?

**171**. Давление идеального газа 2 мПа, концентрация молекул $2 \cdot 10^{10}$см$^{-3}$. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы и температуру газа.

**172**. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на 150 м/с?

**173**. Определить наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 20 кПа составляет 0,28кг/м$^3$.

**174**. Какая часть молекул азота при температуре $t=150^0$С имеет скорости, лежащие в интервале от $v_1$=300м/с до $v_2$=400м/с?

**175**. Воспользовавшись законом распределения идеального газа по относительным скоростям ( рис. в разделе теории), определить, какая доля молекул кислорода, находящегося при температуре $t=0^0$С имеет скорости от

100 до 110 м/с.

**176**. На какой высоте плотность газа в три раза меньше, чем его плотность на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 273К. Задачу решить для: а) кислорода, б) водорода.

**177**. На какой высоте плотность воздуха в два раза меньше, чем его плотность на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 273К.

**178**. Определите: а) среднюю длину свободного пробега молекул; б) число соударений за 1 с, происходящих между всеми молекулами азота, находящегося в сосуде емкостью 1л при $t$= $7^0$С и давлении 300 кПа.

**179**. Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекул кислорода при давлении 150 Па и температуре $20^o$С ($d_{эф}$ =0,3 нм).

**180**. Определить среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода при температуре 300 К и давлении 5 кПа. Эффективный диаметр молекул принять равным 0,28 нм.

**181**. Коэффициенты диффузии и внутреннего трения при некоторых условиях равны соответственно $1{,}42 \cdot 10^{-4}$ м/с и 8,5 мкПа·с. Определить концентрацию молекул воздуха при этих условиях.

**182**. Найти коэффициент внутреннего трения $\eta$ азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него при этих условиях D=$1{,}42 \cdot 10^{-5}$ м$^2$/с.

**183**. Найти количество азота $\Delta M$, прошедшего вследствие диффузии через площадку $\Delta S$=100см$^2$ за время $t$=10с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке, равен $\frac{\Delta r}{\Delta x}$ =−1,26 кг/м$^4$. Температура азота $T$= 300 К; средняя длина свободного пробега молекул азота $<\lambda>=10^{-5}$ см.

**184**. Какое количество теплоты $\Delta Q$ теряется ежечасно через двойную парниковую раму за счет теплопроводности воздуха, заключенного между ее полиамидными пленками? Площадь каждой пленки $\Delta S$ =4 м$^2$, расстояние между ними $\Delta x$=30 см. Температура в парнике $t_1$=18°С, температура наружного пространства $t_2$=20°С. Температуру $t$ воздуха между пленками считать равной среднему арифметическому температур в парнике и в окружающем пространстве. Эффективный диаметр молекулы воздуха $d_{эф}$ = $3\cdot10^{-8}$ см. Масса моля воздуха $M$=$29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

**185**. Найти удельные $c_V$ и $c_P$ и $C_V$ и $C_P$ молярные теплоёмкости озона ($O_3$) и кислорода.

**186**. Определить удельные теплоемкости $C_V$ и $c_P$ некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях 1,43 кг/м$^3$.

**187**. Трехатомный газ под давлением $P$=240кПа и температуре $t$=20$^0$С занимает объём V=10 л. Определить теплоемкость этого газа при постоянном давлении.

**188**. Какое количество теплоты нужно сообщить 1 кмоль кислорода, чтобы он совершил работу 1000 Дж теплоты: 1) при изотермическом процессе; 2)при изобарном?

**189**. При изотермическом расширении массы $m$=28г азота, находящегося при температуре 27$^0$С, была совершена работа $A$=1200 Дж. Во сколько раз изменилось давление газа при расширении?

**190**. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа $A$=254 Дж. Какое количество теплоты $Q$ было сообщено газу?

**191**. При нагревании 2 кмоль азота было передано 1200 Дж теплоты. Определите работу расширения при постоянном давлении.

**192**. Определите количество теплоты, сообщенное 20 г азота, если он был нагрет от 27 до 177 $^0$С. Какую работу при этом совершит газ и как изменится его внутренняя энергия?

**193**. Найдите работу и изменение внутренней энергии при адиабатном расширении 1 кг воздуха, если его объем увеличился в 10 раз. Начальная температура 15 °С.

**194**. Водород, занимающий объем 5 л и находящийся под давлением $10^5$ Па, адиабатно сжат до объема 1 л. Найдите работу сжатия и изменение внутренней энергии водорода.

**195**. Азот массой 2 кг, находящийся при температуре 288 К, сжимают: 1. Изотермически, 2. Адиабатно, увеличивая давление в 10 раз. Определите работу, затраченную на сжатие газа, в обоих случаях.

196. Определите работу идеальной тепловой машины за один цикл, если она в течение цикла получает от нагревателя количество теплоты 2095 Дж. Температура нагревателя 500К, температура холодильника 300 К.

**197**. Температура нагревателя тепловой машины, работающей по циклу Карно, 480 К, температура холодильника 390 К. Определите температуру нагревателя при неизменной температуре холодильника в случае, когда КПД машины увеличится в 2 раза?

**198** . При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Определите количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

**199**. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении массы $m$=8г водорода от давления $P_1$=150кПа до давления $P_2$=50Па.

**200**. 0,2 кг кислорода нагревают от температуры $t_1$= 27°С до температуры $t_2$= 127° С. Найти изменение энтропии, если известно, что начальное и конечное давления газа одинаковы.