Примеры решения задач

Пример 1. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{\upsilon}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

Дано:

$\vec{\upsilon}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с)

t_0=0, x_0= 1 м, y_0=z_0= 0

t_1=1,0 с

1) $\upsilon(t)$ – ?

Решение:

Физическая система состоит из одной частицы, скорость которой изменяется со временем по закону $\vec{\upsilon}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с).

Так как вектор скорости $\vec{\upsilon}$ частицы связан с его проекциями υ_x, υ_y, υ_z на координатные оси

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \cdot \vec{i} + \upsilon_y \cdot \vec{j} + \upsilon_z \cdot \vec{k},$$

www.bovali.ucoz.ru

2) $\vec{a}(t),\ a(t)$ – ? 3) $\vec{r}(t)$ – ? 4) $\vec{r}(t_1)$ – ? 5) Δr – ?	то зависимости от времени проекций вектора скорости данной частицы на координатные оси имеют вид $\upsilon_x(t) = t^2$ (м/с), $\upsilon_y(t) = -3t$ (м/с), $\upsilon_z = 2$ (м/с).

1) Модуль скорости частицы связан с его проекциями на координатные оси как $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}$, тогда искомая зависимость модуля скорости частицы от времени имеет вид $\upsilon(t) = \sqrt{t^4 + 9t^2 + 4}$ (м/с).

2) Вектор ускорения $\vec{a}$ можно выразить через его проекции a_x, a_y, a_z на координатные оси следующим образом: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$.

Из определения вектора ускорения $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ следует, что проекции вектора ускорения частицы на координатные оси равны производным одноименных проекций ее скорости по времени: $a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt}$, $a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt}$, $a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt}$.

www.bovali.ucoz.ru

Учитывая, что $\upsilon_x(t) = t^2$ (м/с), $\upsilon_y(t) = -3t$ (м/с), $\upsilon_z = 2$ (м/с), найдем проекции a_x, a_y, a_z вектора ускорения частицы на координатные оси:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 2t \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = -3 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = 0$$

Тогда зависимость от времени вектора ускорения частицы имеет вид $\vec{a}(t) = 2t \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$ (м/с^2).

Модуль ускорения связан с его проекциями на координатные оси как $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$, тогда модуль ускорения частицы зависит от времени:

$$a(t) = \sqrt{4t^2 + 9} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

3) Кинематический закон движения частицы – это зависимость от времени ее радиуса-вектора $\vec{r}(t)$. Так как радиус-вектор движущейся частицы можно выразить через ее координаты (проекции радиуса-вектора на координатные оси) как $\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}$, то для ответа на вопрос задачи необходимо найти зависимости от времени координат $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ частицы. Из определения вектора скорости $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ следует, что проекции

www.bovali.ucoz.ru

вектора скорости частицы на координатные оси равны производным ее одноименных координат по времени:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \qquad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \qquad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}.$$

Так как $\upsilon_x(t) = t^2$ (м/с) и $\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}$, то получаем, что $\dfrac{dx}{dt} = t^2$.

Умножив левую и правую часть этого уравнения на dt, имеем

$dx = t^2 dt$.

Полученное уравнение является дифференциальным уравнением с разделенными переменными, решение которого получают интегрированием левой и правой части равенства: $\int dx = \int t^2 dt$,

$$x = \frac{t^3}{3} + C_1.$$

Поскольку интегралы неопределенные, то полученное выражение содержит константу C_1, значение которой найдем из начальных условий:

www.bovali.ucoz.ru

$$x_0 = \frac{t_0^3}{3} + C_1;$$

подставляя значения x_0 = 1 м и t_0 = 0, получаем C_1=1 м. Тогда зависимость от времени координаты *x(t)* частицы имеет вид

$$x(t) = \frac{t^3}{3} + 1 \text{ (м).}$$

Аналогично найдем зависимость от времени *y(t)* и *z(t)*.

Так как $\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$ и $\upsilon_y(t) = -3t\ (м/с)$, то $\frac{dy}{dt} = -3t$,

$$dy = -3t\,dt,$$

$$\int dy = \int (-3t)\,dt,$$

$$y = -\frac{3t^2}{2} + C_2.$$

www.bovali.ucoz.ru

Так как при $t_0 = 0$ координата $y_0 = 0$, то $C_2 = 0$. Тогда зависимость от времени координаты *y(t)* частицы имеет вид $y(t) = -\frac{3t^2}{2}$ (м).

Так как $\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$ и $\upsilon_z = 2$ (м/с), то $\frac{dz}{dt} = 2$,

$dz = 2dt$,

$\int dz = \int 2dt$,

$z = 2t + C_3$.

Так как при $t_0 = 0$ координата $z_0 = 0$, то $C_3 = 0$. Тогда зависимость от времени координаты *z(t)* частицы имеет вид

$z(t) = 2t$ (м).

Определив зависимости от времени координат $x(t),\ y(t),\ z(t)$ частицы, запишем кинематический закон ее движения:

www.bovali.ucoz.ru

$$\vec{r}(t)=\left(\frac{t^3}{3}+1\right)\cdot\vec{i}-\frac{3t^2}{2}\cdot\vec{j}+2t\cdot\vec{k} \text{ (м).}$$

4) Для нахождения радиус-вектора частицы в определенный момент времени t_1 подставим в кинематический закон движения частицы значение t_1=1,0 с:

$$\vec{r}(t_1)=\left(\frac{t_1^3}{3}+1\right)\cdot\vec{i}-\frac{3t_1^2}{2}\cdot\vec{j}+2t_1\cdot\vec{k}=\left(\frac{1^3}{3}+1\right)\cdot\vec{i}-\frac{3\cdot1^2}{2}\cdot\vec{j}+2\cdot1\cdot\vec{k} \text{ (м).}$$

Проведя вычисления, получаем

$$\vec{r}(t_1)=\frac{4}{3}\vec{i}-\frac{3}{2}\vec{j}+2\vec{k} \text{ (м).}$$

5) По определению вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ частицы за время $\Delta t=t_1-t_0$ равен $\Delta\vec{r}=\vec{r}(t_1)-\vec{r}(t_0)$. Так как $\vec{r}(t_0)=x_0\cdot\vec{i}+y_0\cdot\vec{j}+z_0\cdot\vec{k}$, то с учетом начальных условий x_0 = 1 м и y_0 = z_0 = 0 радиус-вектор частицы в начальный момент времени равен $\vec{r}(t_0)=1\vec{i}$ (м). Тогда вектор перемещения составляет

www.bovali.ucoz.ru

$$\Delta\vec{r} = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k} - 1\vec{i} = \frac{1}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k},$$

а его модуль равен

$$\Delta r = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{9}{4} + 4} = \sqrt{6,36} = 2,5 \text{ (м).}$$

Ответ: 1) $\upsilon(t) = \sqrt{t^4 + 9t^2 + 4}$ (м/с);

2) $\vec{a}(t) = 2t \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$ (м/с^2), $a(t) = \sqrt{4t^2 + 9}$ (м/с^2);

3) $\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 1\right) \cdot \vec{i} - \frac{3t^2}{2} \cdot \vec{j} + 2t \cdot \vec{k}$ (м);

4) $\vec{r}(t_1) = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k}$ (м);

5) $\Delta r = 2,5$ (м).

www.bovali.ucoz.ru

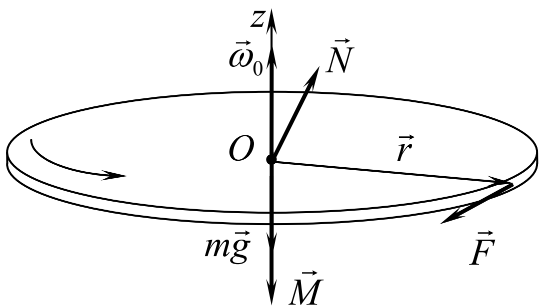

Рис. 31

Пример 2. Однородный диск массой m и радиусом R вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости с угловой скоростью ω_0 . К ободу диска приложили касательную силу, под действием которой диск начал останавливаться. В какой момент времени τ после начала действия силы диск остановился, если модуль силы зависит от времени как $F = \alpha t^2$, где α – некоторая положительная постоянная.

Дано:	*Решение:*
m R $t_0=0$, ω_0 $F = \alpha t^2$, где	Физическая система состоит из вращающегося однородного диска, на который действуют сила $\vec{F}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции $\vec{N}$ оси (Рис. 31). Поскольку центр масс диска неподвижен, то

www.bovali.ucoz.ru

$\alpha = const$

$\omega(\tau) = 0$

$\tau - ?$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}.$$

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения диска вокруг неподвижной оси Oz, совпадающей по направлению с вектором начальной угловой скорости $\vec{\omega}_0$:

$$I\frac{d\omega_z}{dt} = M_z + M_{mg\,z} + M_{N\,z}, \qquad (1)$$

где

$$I = \frac{mR^2}{2} \qquad (2)$$

– момент инерции диска относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска (см. табл. 1); ω_z – проекция угловой скорости диска на ось Oz; M_z – момент силы $\vec{F}$ относительно оси Oz, $M_{mg\,z}$ и $M_{N\,z}$ – момент силы тяжести $m\vec{g}$ и момент силы реакции оси $\vec{N}$ относительно оси Oz соответственно. Поскольку точка O является точкой приложения сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$, то

www.bovali.ucoz.ru

$$M_{mg\,z} = M_{N\,z} = 0 . \qquad (3)$$

Согласно определению момента силы вектор $\vec{M}$ направлен противоположно оси *Oz*, тогда момент силы $\vec{F}$ относительно оси *Oz* равен

$M_z = -F\, r \sin\beta$,

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки приложения силы $\vec{F}$; β – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$. Так как модуль радиуса-вектора равен радиусу диска $r = R$, угол $\beta = 90^0$, а модуль силы зависит от времени как $F = \alpha t^2$, то момент силы $\vec{F}$ относительно оси *Oz* в зависимости от времени имеет вид

$$M_z = -R\alpha t^2 . \qquad (4)$$

Подставим выражения (2), (3) и (4) в уравнение (1):

$$\frac{mR^2}{2}\frac{d\omega_z}{dt} = -R\alpha t^2 , \qquad (5)$$

Перепишем полученное уравнение в виде дифференциального уравнения с разделенными переменными:

$$d\omega_z = -\frac{2\alpha}{mR} t^2 dt .$$

Интегрируя левую и правую часть этого уравнения:

$$\int d\omega_z = \int \left(-\frac{2\alpha}{mR} \right) t^2 dt,$$

получим

$$\omega_z = -\frac{2\alpha}{3mR} t^3 + C. \qquad (6)$$

Постоянную интегрирования C найдем из начальных условий: в начальный момент времени $t_0 = 0$ угловая скорость диска $\omega_z(t_0) = \omega_0$. Подставляя эти значения в выражение (6), получим

$$\omega_0 = -\frac{2\alpha}{3mR} 0^3 + C,$$

откуда

$$C = \omega_0.$$

Подставляя в (6) значение постоянной $C = \omega_0$, находим зависимость проекции угловой скорости вращения диска от времени:

www.bovali.ucoz.ru

$$\omega_z(t) = \omega_0 - \frac{2\alpha}{3mR}t^3 . \qquad (7)$$

В момент τ остановки диска его угловая скорость равна нулю, т.е. $\omega_z(\tau) = 0$, тогда из (7) имеем

$$0 = \omega_0 - \frac{2\alpha}{3mR}\tau^3 .$$

Из этого уравнения выразим момент остановки диска:

$$\tau = \sqrt[3]{\frac{3mR\omega_0}{2\alpha}} .$$

Ответ: $\tau = \sqrt[3]{\frac{3mR\omega_0}{2\alpha}}$.

www.boyali.ucoz.ru

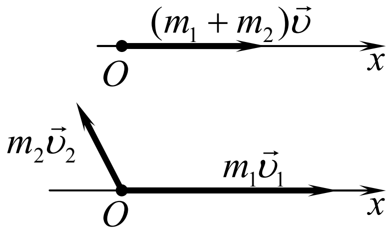

Рис. 32

Пример 3. На равномерно движущейся железнодорожной платформе жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону, противоположную движению платформы. Определить скорость платформы до выстрела, если после выстрела ее скорость стала равной 9,0 м/с, а снаряд вылетает со скоростью 100,0 м/с под углом 30^0 к горизонту относительно платформы. Масса платформы с орудием 950 кг, масса снаряда 50 кг.

Дано:

m_1 = 950 кг

m_2 = 50 кг

υ_1 = 9,0 м/с

u = 100,0 м/с

α = 30^0

υ – ?

Решение:

Физическая система состоит из двух тел: платформы с орудием массой m_1 и снаряда массой m_2.

В первом состоянии (до выстрела) импульс $\vec{p}_1$ системы относительно земли был равен

$$\vec{p}_1 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}, \qquad (1)$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость относительно земли платформы с орудием и снарядом до выстрела (Рис.

www.bovali.ucoz.ru

32).

Во втором состоянии (после выстрела) импульс $\vec{p}_2$ системы относительно земли стал равным

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2, \qquad (2)$$

где $\vec{\upsilon}_1$ – скорость относительно земли платформы с орудием после выстрела;

$\vec{\upsilon}_2$ – скорость относительно земли снаряда после выстрела.

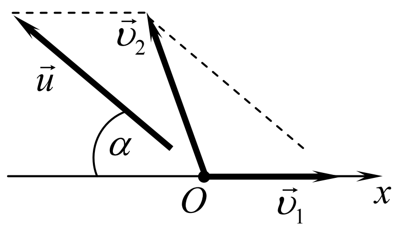

Рис. 33

Согласно закону сложения скоростей скорость $\vec{\upsilon}_2$ снаряда относительно земли равна геометрической сумме скорости $\vec{u}$ снаряда относительно платформы и скорости $\vec{\upsilon}_1$ платформы относительно земли (Рис. 33):

$$\vec{\upsilon}_2 = \vec{u} + \vec{\upsilon}_1. \qquad (3)$$

Подставив выражение (3) в уравнение (2), получим

www.bovali.ucoz.ru

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2(\vec{u} + \vec{\upsilon}_1) = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{u} + m_2\vec{\upsilon}_1. \qquad (4)$$

Система «платформа+снаряд» незамкнута, но сумма проекций всех внешних сил (сил тяжести и силы реакции опоры), действующих на эту систему, на ось Ox (рис. 32) равна нулю, а сила трения пренебрежимо мала, следовательно, проекция импульса данной системы на ось Ox сохраняется:

$$p_{1x} = p_{2x}, \qquad (5)$$

где p_{1x} – проекция на ось Ox импульса $\vec{p}_1$ системы до выстрела; p_{2x} – проекция на ось Ox импульса $\vec{p}_2$ системы после выстрела.

Спроектировав выражения (1) и (4) на ось Ox, получим

$$p_{1x} = (m_1 + m_2)\upsilon, \qquad (6)$$

$$p_{2x} = m_1\upsilon_1 - m_2 u \cos\alpha + m_2\upsilon_1. \qquad (7)$$

Уравнения (6) и (7) подставим в равенство (5):

$$(m_1 + m_2)\upsilon = m_1\upsilon_1 - m_2 u \cos\alpha + m_2\upsilon_1.$$

Выражая скорость платформы до выстрела, получим

www.bovali.ucoz.ru

$$\upsilon = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_1 - m_2 u \cos\alpha}{m_1 + m_2}.$$

Подставляя числовые значения, вычислим скорость платформы до выстрела:

$$\upsilon = \frac{(950 + 50) \cdot 9{,}0 - 50 \cdot 100{,}0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{950 + 50} = 4{,}7 \text{ (м/с).}$$

Ответ: $\upsilon = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_1 - m_2 u \cos\alpha}{m_1 + m_2} = 4{,}7$ м/с.

www.bovali.ucoz.ru

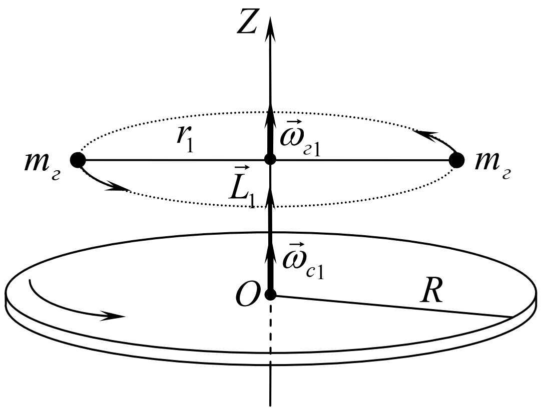

Рис. 34

Пример 4. В центре скамьи Жуковского массой 15 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири по 1 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения составляет 85 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси вращения станет равным 30 см? Считать, что момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

Дано:	*Решение:*
$m_c = 15$ кг	Скамья Жуковского представляет собой однородный диск, который может свободно

www.bovali.ucoz.ru

$R = 1$ м

$\omega_1 = 1{,}5$ рад/с

$m_{г1} = m_{г2} = m_г = 1$ кг

$r_1 = 85$ см $= 0{,}85$ м

$r_2 = 30$ см $= 0{,}30$ м

ω_2 -?

вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости. Момент инерции скамьи относительно этой оси равен (см. табл. 1):

$$I_c = \frac{m_c R^2}{2}. \qquad (1)$$

Физическая система состоит из скамьи с человеком и двух гирь.

По условию момент инерции человека относительно оси вращения равен нулю, т.е. $I_ч = 0$. Гири можно считать материальными точками и, т.к. они находятся на одном и том же расстоянии *r* до оси вращения (рис. 34), то момент инерции гирь относительно этой оси равен

$$I_г = m_{г1} r^2 + m_{г2} r^2 = 2 m_г r^2, \qquad (2)$$

www.bovali.ucoz.ru

где r – расстояние от каждой гири до оси вращения. Поскольку момент инерции I всей системы относительно оси вращения равен сумме моментов инерции всех тел системы относительно этой же оси, с учетом (1) и (2) имеем

$$I = I_c + I_г = \frac{m_c R^2}{2} + 2m_г r^2 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r^2}{2}.$$

Момент инерции системы относительно оси вращения в первом состоянии (каждая гиря находится на расстоянии r_1 от оси) равен

$$I_1 = \frac{m_c R^2}{2} + 2m_г r_1^2 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r_1^2}{2}.$$

Так как в первом случае скамья и гири вращаются относительно оси с одинаковой угловой скоростью $\vec{\omega}_{c1} = \vec{\omega}_{г1} = \vec{\omega}_1$ (рис. 34), тогда момент импульса системы относительно оси Oz будет равен

$$L_{1z} = I_1 \omega_1 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r_1^2}{2} \cdot \omega_1. \qquad (3)$$

Во втором состоянии (каждая гиря находится на расстоянии r_2 от оси вращения) момент инерции системы

www.bovali.ucoz.ru

относительно оси вращения равен

$$I_2 = \frac{m_c R^2}{2} + 2m_г r_2^2 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r_2^2}{2},$$

а поскольку скамья и гири вращаются относительно оси с одинаковой угловой скоростью $\vec{\omega}_{c2} = \vec{\omega}_{г2} = \vec{\omega}_2$, тогда момент импульса L_{2z} системы относительно оси Oz будет равен:

$$L_{2z} = I_2 \omega_2 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r_2^2}{2} \cdot \omega_2. \qquad (4)$$

Так как моменты внешних сил (сил тяжести и реакции опоры), действующих на систему относительно оси вращения Oz, равны нулю, то момент импульса системы относительно этой оси сохраняется:

$$L_{1z} = L_{2z}. \qquad (5)$$

Подставим в (5) выражения (3) и (4):

$$\frac{m_c R^2 + 4m_г r_1^2}{2} \cdot \omega_1 = \frac{m_c R^2 + 4m_г r_2^2}{2} \cdot \omega_2,$$

www.bovali.ucoz.ru

откуда угловая скорость ω_2 выражается как

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{m_c R^2 + 4 m_г r_1^2}{m_c R^2 + 4 m_г r_2^2}.$$

Подставляя числовые значения, вычислим угловую скорость ω_2:

$$\omega_2 = 1{,}5 \cdot \frac{15 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 0{,}85^2}{15 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 0{,}30^2} = 1{,}7 \text{ (рад/с)}.$$

Ответ: $\omega_2 = \omega_1 \cdot \dfrac{m_c R^2 + 4 m_г r_1^2}{m_c R^2 + 4 m_г r_2^2} = 1{,}7$ рад/с.

www.bovali.ucoz.ru

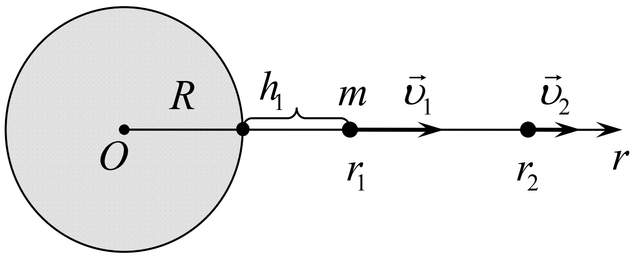

Рис. 35

Пример 5. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $1{,}5\cdot 10^6$ м равна 6 км/с. На какой высоте над поверхностью Земли скорость ракеты уменьшится до 2 км/с при условии, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной? Масса Земли и ее радиус известны.

Дано:

$h_1 = 1{,}5\cdot 10^6$ м

$\upsilon_1 = 6\cdot 10^3$ м/с

$\upsilon_2 = 2\cdot 10^3$ м/с

h_2 - ?

Решение:

Механическая энергия W ракеты, находящейся в гравитационном поле Земли, которое является потенциальным, складывается из кинетической W^k и потенциальной W^p энергий:

$$W = W^k + W^p. \qquad (1)$$

www.bovali.ucoz.ru

Кинетическая энергия ракеты массой m, движущейся со скоростью υ, равна

$$W^k = \frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (2)$$

Потенциальная энергия ракеты в гравитационном поле Земли:

$$W^p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{R+h}, \qquad (3)$$

где G=6,67·10^{-11} м^3/(кг·с^2) – гравитационная постоянная (см. «Основные физические константы и величины»), M = 5,98·10^{24} кг – масса Земли, r=R+h – расстояние от центра Земли до ракеты, R = 6,37·10^6 м – радиус Земли, h – высота ракеты над поверхностью Земли.

На высоте h_1 (рис. 35) ракета обладает скоростью υ_1, тогда согласно (1) с учетом (2) и (3) ее механическая энергия W_1 равна

$$W_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{GMm}{R+h_1}. \qquad (4)$$

www.bovali.ucoz.ru

На высоте h_2 ракета обладает скоростью υ_2, тогда ее механическая энергия W_2 равна

$$W_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{GMm}{R + h_2}. \qquad (5)$$

Поскольку на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, являющаяся консервативной силой, то согласно закону сохранения энергии механическая энергия ракеты не изменяется, т.е. $W_1 = W_2$, а с учетом (4) и (5):

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{GMm}{R + h_1} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{GMm}{R + h_2}.$$

Выразив из данного уравнения искомую высоту h_2, получим

$$h_2 = \frac{2GM(R + h_1)}{2GM - (\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2)(R + h_1)} - R.$$

Произведем вычисления:

www.bovali.ucoz.ru

$$h_2 = \frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}(6{,}37\cdot 10^6 + 1{,}5\cdot 10^6)}{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24} - (36\cdot 10^6 - 4\cdot 10^6)\cdot(6{,}37\cdot 10^6 + 1{,}5\cdot 10^6)} - 6{,}37\cdot 10^6 \approx \approx 5{,}13\cdot 10^6 \text{ (м)}.$$

Ответ: $$h_2 = \frac{2GM(R+h_{1)}}{2GM - (\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2)(R+h_1)} - R \approx 5{,}13\cdot 10^6 \text{ (м)}.$$

www.bovali.ucoz.ru

© Кафедра физики БГУИР