

Задача 478

Представить заданную функцию $w = f(z)$, где $z = x + iy$, в виде $w = u(x, y) + iv(x, y)$ проверить, является ли она аналитической. Если да, то найти значение ее производной в заданной точке z_0 .

$$w = 2z^2 - iz \quad z_0 = 1 - i$$

Задача 488

Данную функцию $f(z)$ разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$f(z) = (z - 3) \cos \pi \frac{z - 3}{z}, \quad z_0 = 0$$

Задача 498

Определить область (круг) сходимости данного ряда и исследовать его сходимости (расходится, сходится условно, сходится абсолютно) в точках z_1 , z_2 , z_3 .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 1 + i)^n}{2^n (n^2 + 1)}, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = 1 + i, \quad z_3 = -1 + i$$

Задача 508

Определить тип особой точки $z = 0$ для данной функции.

$$f(z) = z \sin \frac{3}{z}$$

Задача 518

Для данной функции $f(z)$ найти:

– особые точки и определить их тип;

– вычеты в особых точках;

$\oint_C f(z) dz$, если а) $C = \Gamma_1$, б) $C = \Gamma_2$, в) $C = \Gamma_3$

$$f(z) = \frac{ch2z - 1}{z^2(z - i)^2}, \quad \Gamma_1 : |z + 2i| = 1; \quad \Gamma_2 : |z + 2i| = 2,5; \quad \Gamma_3 : |z + 2i| = 10$$

Задача 528

Используя теорию вычетов, вычислить определенный интеграл.

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{7 + 3 \cos x}$$

Контрольная работа № 11

Задача 538

Найти изображение заданного оригинала $f(t)$.

$$f(t) = te^{4t} \cos 2t$$

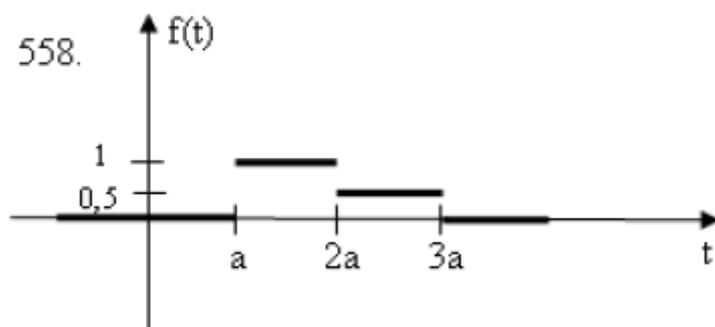
Задача 548

Найти изображение заданного оригинала $f(t)$.

$$f(t) = \int_0^t \frac{ch2\tau - ch5\tau}{\tau} d\tau$$

Задача 558

По заданному графику оригинала найти изображение.



Задача 568

Найти оригинал по заданному изображению.

$$F(p) = \frac{p}{(p^2 + 1)(p^2 + 4)}$$

Задача 578

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

$$x'' + 4x' + 29 = e^{-2t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$$

Задача 588

Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1 & x(0) = -1 \\ \dot{y} = 4x - 2y & y(0) = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа № 12

Задача 598

На интервале $(-\pi; \pi)$ задана периодическая с периодом 2π функция $f(x)$

Требуется:

- 1) разложить функцию в ряд Фурье;
- 2) построить график функции $f(x)$;
- 3) построить график суммы ряда Фурье.

$$f(x) = \operatorname{sign} x = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

Задача 608

Доопределяя необходимым образом заданную в промежутке $(0, a)$ функцию $f(x)$, получить для нее:

- а) ряд Фурье по синусам;
- б) ряд Фурье по косинусам.

$$f(x) = |x|, \quad a = 3$$

Задача 618

Найти комплексную форму ряда Фурье периодической с периодом $2l$ функции $f(x)$, заданной на промежутке $(a; a + 2l)$ и вычислить сумму полученного ряда в точке x_0 .

$$f(x) = 2x, \quad -1 < x < 1, \quad x_0 = 1$$

Задача 628

Найти преобразование Фурье $F(i\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$ функции $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Задача 638

Найти косинус-преобразование Фурье заданной функции $f(x)$.

$$f(x) = e^{2x}, \quad x \leq 0$$