

Аксенов В.В., Лебедева Н.М., Морозов В.А., Пупкевич П.А.

Физика: Метод. пособие для студентов экономических специальностей заочной формы обучения. В 2 ч. Ч.2 - Мн.: БГУИР, 1999г.- 64 с.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрическим током называется всякое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. Упорядоченное движение свободных электрических зарядов, возникающее в проводнике под действием электрического поля, называется током проводимости. За направление электрического тока условно принимается направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока является сила тока I – скалярная физическая величина, равная электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

Ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются со временем, $I=q/t$.

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется плотностью тока:

$$j = \frac{dI}{dS}. \quad (2)$$

Сила тока в проводнике равна $I = \int_S j d\vec{S} = \int_S j_n dS,$

где j_n – проекция вектора плотности тока на нормаль.

Для постоянного тока $I=jS. \quad (3)$

Кулоновские силы электростатического взаимодействия между зарядами приводят к перераспределению их в проводнике, поле в проводнике исчезает, потенциалы во всех точках выравниваются. По этому для поддержания тока необходимы неэлектростатические, сторонние электрические силы, способные поддерживать разность потенциалов. Такие силы создаются источником тока (аккумулятор, генератор и т.д.).

Для любой точки внутри проводника, по которому течет ток

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}',$$

где \vec{E} – напряженность поля в данной точке;

\vec{E}_0 – напряженность кулоновского поля;

\vec{E}' – напряженность поля сторонних сил.

Произведение тока на сопротивление данного участка 1–2 цепи численно равно сумме разности потенциалов и ЭДС, действующей на этом участке цепи:

$$IR = \int_1^2 (\vec{E}_0 d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}' d\vec{l}), \quad (4)$$

где I – сила тока, R – сопротивление участка цепи, $d\vec{l}$ – вектор, численно равный элементу dl длины проводника и направленный по касательной к проводнику в ту же сторону, что и вектор j .

ЭДС на участке 1–2

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 (\vec{E}' d\vec{l}), \quad (5)$$

ЭДС равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда.

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}_0 d\vec{l}), \quad (6)$$

Напряжением U_{12} (падением напряжения) на участке цепи 1–2 называется физическая величина, численно равная работе, совершаемой суммарным полем кулоновских и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда

$$U_{12} = \int_1^2 (\vec{E}_0 + \vec{E}') dl = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

$$\text{Сопротивление участка цепи } R = \rho l/S, \quad (7)$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, l – длина проводника, S – сечение его.

$$\text{Закон Ома для участка цепи } U = IR. \quad (8)$$

$$\text{Для замкнутой цепи } \varphi_1 = \varphi_2, \quad \varepsilon = IR. \quad (9)$$

R – суммарное сопротивление всей цепи.

Найдем связь между плотностью тока j и полем E . Из (8) следует $I = U/R$, представим ток $I = jS$ (3), напряжение $U = El$ и сопротивление $R = \rho l/S$, подставив эти величины, получим

$$jS = \frac{E \cdot l \cdot S}{\rho \cdot l}.$$

Тогда в векторном виде

$$j = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (10)$$

где σ – удельная электрическая проводимость. Выражение (10) представляет собой закон Ома в дифференциальной форме.

Закон Джоуля–Ленца можно записать как:

$$Q = IUt = I^2 t = \frac{U^2}{R} t. \quad (11)$$

Удельной тепловой мощностью w называется количество энергии, выделяющейся за единицу времени в единице объема проводника

$$w = \frac{Q}{V \cdot t}.$$

Используя соотношение $j = \sigma E$, можно записать закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме

$$w = \frac{I \cdot U \cdot t}{S \cdot l \cdot t} = jE = \sigma E^2. \quad (12)$$

Зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \quad (13)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C

α – температурный коэффициент сопротивления.

Электронная теория проводимости. Согласно теории Друде–Лоренца носители тока в металлах – электроны проводимости. Они свободно движутся, образуя электронный газ, между узлами кристаллической решетки, где располагаются ионы металла. Электроны при движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. Электроны обладают такой же энергией теплового движения, как молекулы идеального газа и можно найти среднюю скорость теплового движения электронов $\langle u \rangle$

$$\langle u \rangle = \sqrt{8kT/\pi m_e},$$

где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m_e – масса электрона.

При $T = 300^\circ\text{K}$, $\langle u \rangle \approx 10^5$ м/с

Наложение внешнего электрического поля упорядочивает движение электронов, т.е. возникает электрический ток. Плотность тока в проводнике

$$J = ne \langle v \rangle, \quad (14)$$

где n – концентрация молекул, $\langle v \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения.

Выбрав $j = 10^7$ А/н², $n = 10^2$ м⁻³, получим величину $\langle v \rangle \sim 10^{-3}$ м/с, т.е. $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$. Поэтому при вычислении результирующей скорости $\langle v \rangle + \langle u \rangle$ можно заменить на $\langle u \rangle$.

При соударении электрона с ионами решетки энергия полностью передается иону, а в постоянном поле E электрон приобретает ускорение $a = eE/m_e$. Время пробега между двумя столкновениями τ , длина свободного пробега l и в конце пробега скорость упорядоченного движения равна

$$v_{\max} = a\tau = \frac{eE\tau}{m_e} = \frac{eE}{m_e} \cdot \frac{l}{\langle u \rangle}. \quad (15)$$

Среднее значение скорости $\langle v \rangle = \frac{1}{2} v_{\max} = eEl/2m_e \langle u \rangle$, тогда плотность тока равна

$$j = ne \langle v \rangle = \frac{ne^2 l}{2m_e \langle u \rangle} E. \quad (16)$$

Сравнив (10) с (16), запишем для проводимости

$$\sigma = \frac{ne^2 l}{2m_e \langle u \rangle}. \quad (17)$$

Классическая теория объяснила законы Ома и Джоуля–Ленца, вместе с тем встретилась со значительными затруднениями. Из (17) следует, что сопротивление металлов ρ должно возрасти пропорционально \sqrt{T} , т.к. n и l от температуры не зависят, а $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$. Это противоречит опытным данным, согласно которым $\rho \sim T$.

Второе затруднение классической электронной теории связано со значением молярной теплоемкости твердых тел. Согласно закону Дюлонга–Пти теплоемкость кристаллической решетки равна $C_v = 3R = 25$ Дж/моль·К. С учетом теплоемкости электронного газа $3/2R$, атомная теплоемкость металла должна быть $4,5R = 37,4$ Дж/моль·К, что отличается от молекулярной теплоемкости диэлектриков ($C_v = 3R$). Хотя эксперимент показывает, что теплоемкости металлов и диэлектриков практически одинаковы.

Классическая электронная теория так же не объясняет явление сверхпроводимости у металлов.

Эти затруднения можно объяснить только квантовой теорией металлов. Однако классическая теория не утратила своего значения и во многих случаях дает правильные результаты.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Магнитное поле создается движущимися зарядами (токами) и описывается вектором магнитной индукции \vec{B} . Величина вектора \vec{B} определяется конкретной конфигурацией объекта, создающего поле. Его направление определяется по правилу правого винта. В частности, поле движущегося заряда (рис.1) описывается формулой

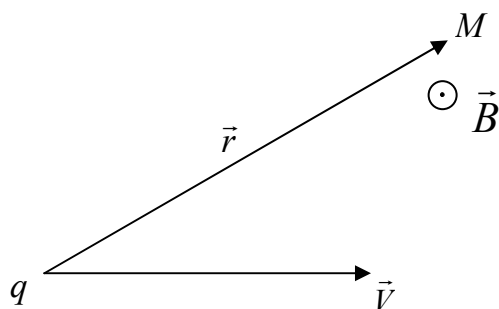


Рис.1

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{V}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (18)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; q – заряд, создающий поле; \vec{V} – скорость заряда; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения M ; μ – магнитная проницаемость среды.

Магнитное поле, образованное постоянным током I (рис.2), вычисляют, пользуясь законом Био–Савара–Лапласа:

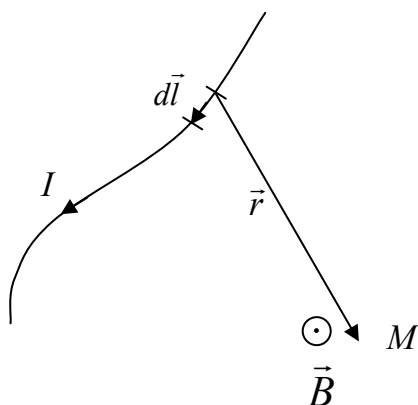


Рис.2

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (19)$$

где $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током I .

Магнитное поле, образованное несколькими движущимися зарядами в конкретной точке пространства, вычисляют по принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_N, \quad (20)$$

где \vec{B}_i – индукция магнитного поля, созданного i -зарядом в этой точке.

Для расчета результирующего поля проводника с током используют принцип суперпозиции в виде

$$\vec{B} = \int d\vec{B}, \quad (21)$$

где $d\vec{B}$ определяется формулой (19).

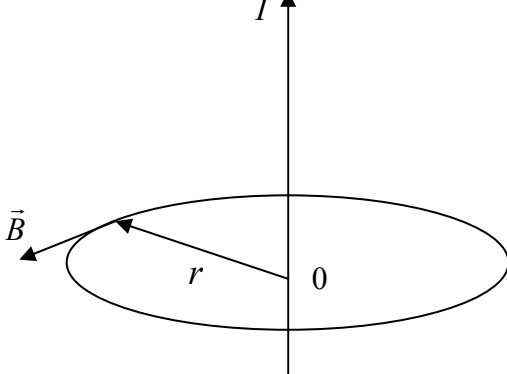
Часто для упрощения расчетов применяют теорему Гаусса:

циркуляция вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k \quad (22)$$

В приведенной формулировке теорему можно использовать для расчета магнитного поля токов, находящихся в вакууме. В частности, теорема дает результат при расчете магнитных полей:

а) прямого тока (рис.3):

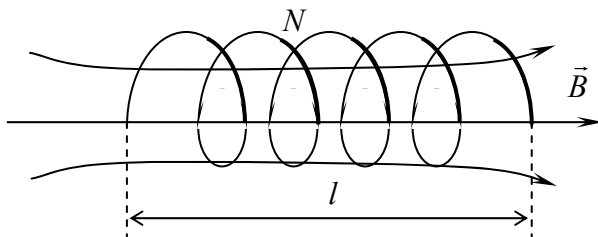


$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2 \cdot \pi \cdot r}, \quad (23)$$

где r – расстояние от проводника до точки наблюдения M ;

Рис.3

б) соленоида (рис.4):



$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 IN}{l}, \quad (24)$$

где I – сила тока; N – количество витков; l – длина соленоида.

Рис.4

Магнитное поле действует на движущиеся заряды и токи. Сила, с которой поле действует на движущийся заряд, – сила Лоренца:

$$\vec{F} = q[\vec{V}, \vec{B}], \quad (25)$$

где q – заряд; \vec{V} – скорость заряда; \vec{B} – индукция магнитного поля. Из приведенной формулы видно, что магнитное поле не действует на заряды движущиеся вдоль линий индукции \vec{B} ; траектория такого заряда – прямая линия; скорость его постоянна. На заряд, влетающий в поле под прямым углом к линиям вектора \vec{B} , действует максимально возможная сила Лоренца; заряд движется по круговой траектории с постоянной по величине скоростью.

Сила, с которой магнитное поле действует на помещенный в него проводник с током, – сила Ампера:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad (26)$$

где $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током I ; \vec{B} – вектор магнитной индукции. Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов: два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{R} dl, \quad (27)$$

где I_1 и I_2 – силы взаимодействующих токов; dl – элемент проводника; R – расстояние между проводниками. Если указанные токи имеют противоположные направления, то указанная сила является силой отталкивания.

На контур с током I , помещенный в магнитное поле с индукцией \vec{B} , действует механический вращающий момент, оказывающий ориентирующее действие (рис.5):

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \quad (28)$$

где $p_m = IS$ – модуль магнитного момента контура с током (направление вектора \vec{p}_m определяется по правилу правого винта).

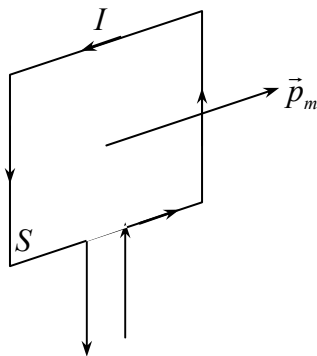


Рис.5

Анализ формулы (28) показывает, что механический вращающий момент не действует на контур, помещенный перпендикулярно линиям индукции \vec{B} ; а на контур, плоскость которого параллельна линиям индукции, действует максимальный вращающий момент.

Потоком вектора \vec{B} через поверхность S называется скалярная физическая величина, определяемая интегралом вида

$$\Phi = \int d\Phi = \int_S (\vec{B}, d\vec{S}) = \int_S B_n dS \quad (29)$$

где $B_n = B \cos \alpha$ – проекция вектора \vec{B} на направление нормали к площадке dS ; α – угол между вектором \vec{B} и нормалью к поверхности.

В простейшем случае однородного поля и плоской поверхности магнитный поток равен

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad (30)$$

Если магнитный поток изменяется со временем, то в замкнутом проводящем контуре, которым ограничена поверхность S , возникает ЭДС индукции:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (31)$$

В частности, ЭДС индукции может возникать вследствие изменения тока, протекающего по контуру; в этом случае она называется ЭДС самоиндукции и определяется формулой

$$E_i = -L \frac{dI}{dt} . \quad (32)$$

Коэффициент L называется индуктивностью контура. Индуктивность соленоида равна

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} , \quad (33)$$

где μ – магнитная проницаемость вещества, заполняющего соленоид; S – площадь сечения соленоида; N – число витков; l – длина соленоида; μ_0 – магнитная постоянная.

Магнитное поле обладает энергией. Энергия магнитного поля, связанного с контуром индуктивностью L , по которому протекает ток I , определяется формулой

$$W = \frac{LI^2}{2} , \quad (34)$$

а с соленоидом –

$$W = \frac{B^2 V}{2\mu\mu_0} , \quad (35)$$

где $V = l S$ – объем соленоида.

Объемная плотность энергии – это энергия, содержащаяся в единичном объеме,

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} , \quad (36)$$

Магнитное поле может создаваться также изменяющимся во времени электрическим полем, а электрическое – переменным магнитным полем, т.е. электрическое и магнитное поля не могут существовать обособленно и образуют в пространстве электромагнитное поле. Его описывают векторами: \vec{E} (вектор напряженности электрического поля) и \vec{B} (вектор магнитной индукции). Для описания влияния электромагнитного поля на материальные объекты вводят вторую группу векторов: j (плотность электрического тока проводимости), \vec{D} (вектор электрического смещения) и \vec{H} (вектор напряженности магнитного поля). Пространственные и временные производные пяти указанных векторов связаны уравнениями Максвелла. Первая пара уравнений связывает основные характеристики поля \vec{E} и \vec{B} , вторая – вспомогательные характеристики j , \vec{D} и \vec{H} :

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (37)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (38)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (38)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (39)$$

где $\operatorname{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$ – ротор вектора \vec{A} (векторная величина);

$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ – дивергенция вектора (скалярная величина).

Уравнение (37) выражает закон электромагнитной индукции Фарадея в интегральной форме:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right), \quad (40)$$

Уравнение (38) выражает опытные данные об отсутствии магнитных зарядов, аналогичных электрическим; в интегральной форме

$$\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0, \quad (41)$$

Уравнение (39) является обобщением на переменные поля эмпирического закона Био-Савара: магнитное поле порождается не только токами, текущими в проводнике, но и переменными электрическими полями в диэлектриках или вакууме. Полный ток $\oint_L (\vec{H}, d\vec{l})$, равный сумме тока смещения $\int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$ и тока проводимости $\int_S (j, d\vec{S})$, всегда является замкнутым:

$$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S \left(\left(j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), d\vec{S} \right). \quad (42)$$

Уравнение (40) является математической формулировкой теоремы Гаусса для электрического поля и выражает тот факт, что источниками вектора электрического смещения \vec{D} являются свободные заряды; в интегральной форме указанное уравнение выглядит следующим образом:

$$\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = \int_V \rho dV. \quad (43)$$

Для того чтобы при заданном распределении зарядов и токов уравнения Максвелла допускали единственное решение, к ним добавляют соотношения, описывающие поведение веществ под влиянием поля – материальные уравнения.

Для большинства изотропных сред указанные уравнения имеют линейную форму:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad (44)$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (45)$$

$$j = j + \sigma\vec{E}, \quad (46)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды; σ – удельная электропроводность; j – плотность сторонних токов (токов поддерживаемых любыми силами, кроме сил электрического поля).

Из уравнений Максвелла вытекает существование электромагнитных волн – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. Электромагнитная волна характеризуется в каждый момент времени правой тройкой взаимно перпендикулярных векторов \vec{E} , \vec{B} , \vec{V} (рис.6).

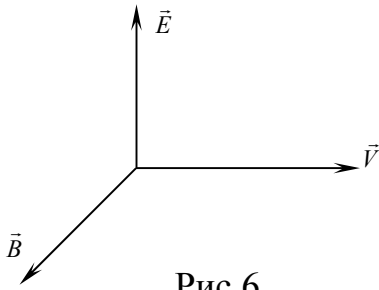


Рис.6.

Электромагнитные волны являются поперечными; в вакууме они распространяются со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, в среде – со скоростью

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (47)$$

Напряженность электрического поля волны \vec{E} и индукция магнитного поля волны \vec{B} изменяются синфазно:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

(для плоской электромагнитной волны) и удовлетворяют уравнениям:

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \quad \Delta\vec{B} = \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad (49)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; \vec{V} – фазовая скорость волны.

Электромагнитные волны обладают импульсом и переносят энергию вдоль направления своего распространения. Плотность потока электромагнитной энергии – вектор Умова–Пойнтинга – рассчитывается по формуле

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}], \quad (50)$$

где вектор \vec{H} определяется уравнением (45). Для мгновенных значений E и H справедливо соотношение

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}. \quad (51)$$

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Волновая оптика – круг явлений, в основе которых лежит волновая природа света.

Основными явлениями, которые рассматриваются в волновой оптике являются: интерференция, дифракция и поляризация света, а также законы и эффекты связанные с этими тремя явлениями.

Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси X , имеет вид:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha) \quad \text{или} \quad H = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

В электромагнитной волне колеблются два вектора напряженности электрического (E) и напряженности магнитного (H) полей. Вектор напряженности электрического поля E называют световым вектором, так как физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и др. действия света вызываются колебаниями электрического вектора.

Свет распространяется с различными скоростями. В различных средах свет распространяется с различными скоростями.

$v = c/n$, где c – скорость света в вакууме, v – скорость света в среде с показателем преломления n . Максвелл установил, что $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость, μ – магнитная проницаемость среды. Если вещество прозрачное и $\mu = 1$, то $n = \sqrt{\epsilon}$. Диэлектрическая проницаемость зависит от частоты излучения, следовательно и показатель преломления зависит от частоты, т.е. скорость распространения электромагнитных волн зависит от частоты $v = v(\nu)$ или длины волны $v = v(\lambda)$. Зависимость показателя преломления света (скорости света в среде) от длины волны носит название дисперсии света.

"Средний" человеческий глаз воспринимает излучение длиной волны от 0,4 мкм до 0,76 мкм (в ангстремах от 4000 Å до 7600 Å). Длина волны в вакууме $\lambda_0 = c/\nu$, в среде $\lambda = v/\nu = c/\nu n = \lambda_0 / n$.

Частота видимого света:

$$\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Принятое в настоящее время значение скорости света в вакууме

$$c = (2,99792458 \pm 0,00000001) \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Плотность потока электромагнитной энергии определяется вектором Умова–Пойнтинга \vec{S} .

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$$

Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной, называется интенсивностью света I .

$$I = \left| \langle \vec{S} \rangle \right| = \left| \langle [\vec{E}, \vec{H}] \rangle \right|$$

т.е., $I \sim A^2$, интенсивность света I пропорциональна квадрату амплитуды световой волны.

Интерференция света

Оптическая длина пути световой волны $L=nl$, где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta=L_1-L_2$$

Связь разности фаз с оптической разностью хода световых волн

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (52)$$

где k – волновое число $k=2\pi/\lambda$.

Если разность фаз $\Delta\varphi$ возбуждаемых волнами колебаний в точке наблюдения остается постоянной во времени, то волны называются когерентными. Источники таких волн также называются когерентными.

В случае некогерентных волн разность фаз складываемых колебаний все время меняется и интенсивность, наблюдаемая при наложении таких волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I=I_1+I_2$$

В случае когерентных волн $\Delta\varphi$ происходит перераспределение интенсивности света в пространстве, так как имеет постоянное во времени значение (но свое для каждой точки пространства), т.е. в результате этого, в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности света. Это явление носит название интерференции света. В случае равенства интенсивностей волн ($I_1=I_2$), в минимумах $I=0$, в максимумах $I=4I_1$.

Для естественных источников невозможно добиться когерентности. Поэтому на практике используют искусственные приемы разделения луча на два или более лучей.

Если разность фаз колебания светового вектора двух когерентных волн происходит в фазе ($\Delta\varphi=\pm 2\pi m$ и $m=0,1,2,3,\dots$), то в точке наблюдения будет максимальное усиление света. Используя связь разности фаз колебаний светового вектора и оптической разности хода лучей $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$, получим условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta=\pm m\lambda, \quad (53)$$

т.е. на оптической разности хода лучей должно укладываться целое число длин волн.

Если разность фаз колебания светового вектора двух когерентных волн происходит в противофазе ($\Delta\varphi=\pm(m+1/2)2\pi$ и $m=0,1,2,3,\dots$), то в точке наблюдения будет максимальное ослабление света. Используя соотношение $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$, получим условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta=\pm(m+1/2)\lambda \quad \text{или} \quad \Delta=\pm(2m+1)\lambda/2,$$

т.е. на оптической разности хода лучей должно укладываться нечетное число половолн.

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки,

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} \pm \frac{\lambda}{2} \quad (54)$$

или

$$\Delta = 2dn \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2} \quad (55)$$

где d – толщина пленки, n – показатель преломления пленки, θ_1 – угол падения светового луча, θ_2 – угол преломления луча света в пленке.

Радиусы светлых и темных колец Ньютона:

$$r = \sqrt{R\lambda(k-1)/2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (56)$$

где R – радиус кривизны линзы, k – номер кольца. Четным k соответствуют радиусы светлых колец, нечетным k – радиусы темных колец. Значению $k=1$ соответствует $r=0$, т.е. точка в месте касания пластинки и линзы.

Дифракция света

Совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики, называется дифракцией света.

Различают два вида дифракции. Дифракция в параллельных лучах называется дифракция Фраунгофера. Дифракция в расходящихся лучах называется дифракцией Френеля. Характер дифракции зависит от значения безразмерного параметра

$$b^2/l\lambda,$$

где b – ширина щели, l – расстояние от щели до точки наблюдения, λ – длина волны. Если этот параметр много меньше единицы ($b^2/l\lambda \ll 1$), наблюдается дифракция Фраунгофера, если он порядка единицы ($b^2/l\lambda \sim 1$) – дифракция Френеля, наконец, если этот параметр много больше единицы ($b^2/l\lambda \gg 1$) оказывается применимым приближение геометрической оптики.

Угол φ отклонения параллельных лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия

$$b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (57)$$

где b – ширина щели; k – порядковый номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (58)$$

где d – период дифракционной решетки. Разрешающая способность дифракционной решетки $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$, где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Формула Вульфа–Брегга

$$2 d \sin \theta = k \lambda \quad (59)$$

где θ – угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле), d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Поляризация света

Свет, в котором направление колебаний светового вектора (\vec{E}) каким либо образом упорядочен – называется поляризованным. Свет называется плоскополяризованным – колебания светового вектора происходят только в одной, проходящей через луч, плоскости.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (60)$$

где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность света после анализатора; α – угол между плоскостью колебаний светового вектора, падающего на анализатор и плоскостью пропускания анализатора.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_\beta = n_{21}, \quad (61)$$

где i_β – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

$$\varphi = \alpha \cdot d \quad (\text{в твердых телах}), \quad (62)$$

где α – постоянная вращения; d – путь пройденный светом в оптически активном веществе.

$$\varphi = [\alpha] \rho d \quad (\text{в растворах}), \quad (63)$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение; ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Излучение черного тела

Классическая электромагнитная теория света, объяснявшая широкий круг явлений с распространением света и получившая всеобщее признание в конце XIX века, в начале XX-го столкнулась с непреодолимыми трудностями в связи с вопросом об излучении света и, в частности, с вопросом о тепловом излучении. Под ним понимается вся совокупность излучения, испускаемого нагретым телом. Как известно, характер излучения света, его интенсивность и зависимость от частоты (т.е. спектральный состав излучения) определяются температурой и природой излучающего тела. Имеется, однако, случай когда спектральный состав излучения не зависит от природы излучателя и определяется исключительно его температурой. Речь пойдет о так называемом равновесном излучении. Представим себе некоторую замкнутую полость со стенками, не проводящими тепла и поддерживаемыми при определенной температуре T . Стенки полости будут излучать и поглощать электромагнитные волны. Так как все излучение заключено в замкнутую полость, через некоторое время в системе установится состояние статистического равновесия. Стенки полости будут излучать в единицу времени столько же электромагнитной энергии, сколько они поглощают. И в полости установится система стоячих электромагнитных волн. Плотность энергии соответствующего электромагнитного поля будет выражаться формулой

$$\rho(\nu, T) = \frac{E^2 + B^2}{8\pi},$$

где E – напряженность электрического поля, B – индукция магнитного поля.

Тепловое излучение будет содержать разнообразные частоты. То есть, $\rho = \rho(\nu)$. Кроме того, эта плотность зависит также от температуры излучающих стенок, т.е. $\rho(\nu, T)$.

Простое термодинамическое рассуждение показывает однако, что $\rho(\nu, T)$ не зависит от природы излучателя, в частности, стенок (их излучательной и поглощательной способностей и состояния поверхности). Рассмотрим две полости, стенки которых нагреты до одинаковой температуры T , но сделаны из разных материалов. Предположим, что спектральная плотность энергии излучения зависит от природы излучателя и различна в обеих полостях. Тогда, соединив полости, можно нарушить равновесие. Излучение будет переходить в ту полость, в которой его плотность меньше. В результате этого плотность излучения в этой полости вырастет, стенки полости будут поглощать больше энергии, а их температура повысится. Между стенками обеих полостей возникает разность температур, которая может быть использована для получения полезной работы. Таким образом, сделанное предположение приводит к выводу о возможности построения вечного двигателя 2-го рода, что, как известно, невоз-

можно. Таким образом, доказано, что $\rho(\nu, T)$ есть универсальная функция частоты и температуры.

Излучение излучательных и поглощательных свойств материальных тел привело Кирхгофа к установлению важной теоремы, названной теоремой Кирхгофа.

Назовем излучательной способностью произвольного тела величину $E(\nu)$, равную энергии излучаемой 1 см^2 поверхности тела за 1 секунду с частотой в интервале от ν до $\nu + d\nu$. Далее назовем поглощательной способностью тела $A(\nu)$ долю всей падающей на 1 см^2 поверхности тела лучистой энергии с частотой в интервале от ν до $\nu + d\nu$, которая поглощается внутри тела (всего объема).

Теорема Кирхгофа гласит, что отношение излучательной и поглощательной способностей является универсальной функцией частоты и температуры тела, но не зависит ни от природы и свойств тела ни от их геометрической формы, т.е.

$$\frac{E(\nu)}{A(\nu)} = f(\nu, T) \quad (64)$$

Оказывается, что универсальная функция $f(\nu, T)$ связана простым соотношением с плотностью энергии равновесного излучения

$$f(\nu, T) = \frac{c}{4\pi} \rho(\nu, T). \quad (65)$$

Итак, теорема (64) приобретает вид

$$\frac{E(\nu)}{A(\nu)} = \frac{c}{4\pi} \rho(\nu, T) \quad (66)$$

И нахождение вида функции $\rho(\nu, T)$ представляет большой интерес. Формула Релея–Джинса

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{\epsilon} \quad (67)$$

Здесь $\bar{\epsilon}$ – средняя энергия гармонического осциллятора, равная kT в классической физике.

На рис.7 показана экспериментальная зависимость плотности равновесного теплового излучения от частоты.

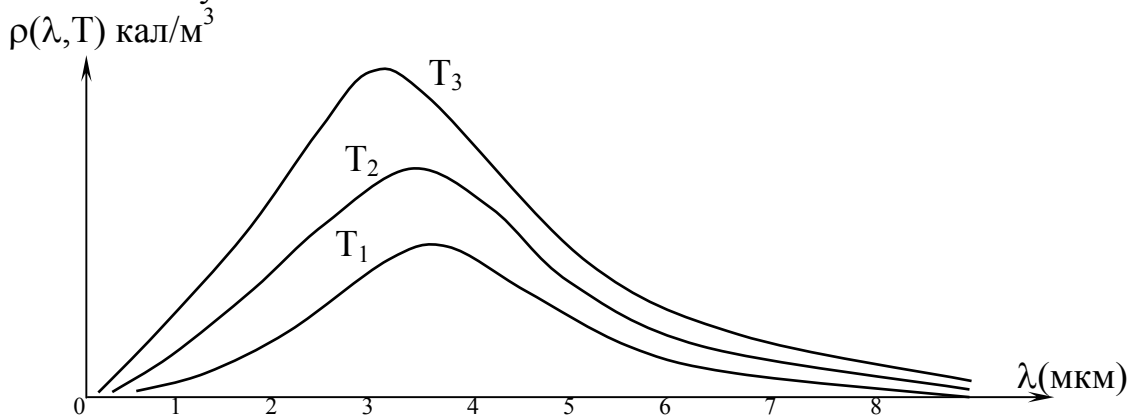


Рис.7

Совершенно очевидно, что выражение (64) не соответствует такому поведению функции $\rho(\nu, T)$.

$$\text{Закон Винта } \rho(\nu, T) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right).$$

Следствием этого закона является выражение

$$\lambda_{\max} T = \text{const},$$

которое называют законом смещения Вина.

$$\text{Закон Стефана–Больцмана } I = \sigma T^4,$$

где I – интенсивность излучения, а σ – постоянная.

Объяснить реальное поведение $\rho(\nu, T)$ позволила гипотеза Планка. Он предположил, что энергия излучается порциями (квантами):

$$\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, \dots, n\varepsilon_0,$$

где n – целое число.

В этом случае для средней энергии осциллятора получалось выражение

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1}.$$

И чтобы согласовать его с законом Вина, необходимо положить $\varepsilon_0 = h\nu$, где h – постоянная Планка.

Распределение Планка:

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Фотоэффект

Фотоэффектом называют явление, заключающееся в выражении электронов с поверхности твердых тел под действием света.

Здесь не могли понять двух моментов:

1. Почему в некотором диапазоне частот падающего излучения, несмотря на огромную интенсивность излучения, фотоэффект не наблюдается?

2. Почему фотоэффект начинается лишь тогда, когда частота падающего света больше некоторого определенного значения?

Эйнштейн предположил, что свет – это поток частиц (квантов), энергия которых зависит от частоты

$$\varepsilon = h\nu$$

и записал выражение, которое ликвидировало все трудности:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2} \quad (68)$$

Здесь $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона.

Линейчатые спектры. Боровская теория атома водорода

Бор предположил, что момент импульса электрона в атоме также должен принимать только определенные дискретные значения:

$$L = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, \dots,$$

что и привело к существованию дискретных уровней энергии в атоме водорода.

Тогда и становится понятной линейчатая структура спектра атома водорода. Когда электрон переходит с верхнего уровня на нижний – энергия излучается. Если же электрон поглощает энергию, он может перейти на более высокий уровень энергии.

Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля

Когда мы рассматриваем такие явления, как дифракция или интерференция света, то мы уверены, что свет имеет волновую природу. Но при рассмотрении таких явлений, как равновесное тепловое излучение, фотоэффект и ряда других, мы вынуждены рассматривать электромагнитное излучение как поток частиц (квантов). Таким образом, мы приходим к парадоксу – свет одновременно обладает свойствами, характерными как для волн, так и для частиц. В 1924 году Луи де Бройль предположил, что соотношение $p = \frac{h}{\lambda}$ справедливо не только для фотонов, но и вообще для любых частиц. Единственный способ объяснения такой ситуации состоит в создании математического формализма, совместимого с атомизмом и правильно описывающим волновые явления.

Волновая функция

Математический формализм, с помощью которого устраняется парадокс, ставит в соответствие каждой частице амплитуду вероятности $\psi(x, y, z, t)$, которая представляет собой функцию координат и времени. Вероятность обнаружить частицу в окрестности любой точки x, y, z в произвольный момент времени t пропорциональна $|\psi(x, y, z, t)|^2$, т.е. интенсивности. Формально эта функция обладает свойствами классических волн, и поэтому ее называют волновой функцией.

Изменим несколько формулу де Бройля:

$$p = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k. \quad (69)$$

В качестве волновой функции следует взять волну, распространяющуюся в положительном направлении оси X

$$\psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}. \quad (70)$$

Характеристики конкретной частицы входят сюда через k и ω

$$\psi(x, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

Принцип неопределенности

Монохроматическая волна типа (70) это идеальная модель. В реальном излучении мы имеем целый спектр частот, то есть надо рассматривать суперпозицию плоских волн с определенным спектром частот или волновым числом k . В результате получим так называемый, волновой пакет, для которого можно получить условие

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1 \quad \text{или} \quad \Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar. \quad (71)$$

Принцип неопределенности утверждает, что если частица локализована в пространстве со среднеквадратичным отклонением Δx , то ее импульс характеризуется распределением с шириной Δp . Физически это означает, что невозможно одновременно определить точные значения координаты и импульсы от частицы.

Опыты Дэвисона и Джермера

Гипотеза де Бройля впервые была подтверждена на опыте американскими физиками Дэвисоном и Джермером в 1927 году. Они наблюдали дифракцию электронов, хотя изучали их рассеяние на поверхности монокристалла металла. Упорядоченные ряды атомов на поверхности металла действовали подобно штрихам тонкой дифракционной решетки. То есть эти опыты недвусмысленно демонстрировали волновую природу электронов и позволили определить h с точность 1%.

Уравнение Шредингера

Точный вид волновой функции можно найти, решая уравнение, называемое уравнением Шредингера. Стационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (72)$$

И зная конкретный вид потенциальной энергии можно его решать. Однако количество задач, допускающих точное решение, очень ограничено.

Атом водорода. Квантовые числа.

Для атома водорода потенциальная энергия имеет вид

$$U(r) = -\frac{e^2}{r}.$$

И решение уравнения Шредингера предсказывает точно такие же уровни, что и теория Бора:

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}. \quad (73)$$

n – носит название главного квантового числа, и оно характеризует энергию системы. Но кроме n , при решении появляются еще два квантовых числа. Ор-

битальное квантовое число l связано с моментом импульса электрона. Оно может принимать значения от 0 до $n-1$. В основном состоянии с $n=1$, $l=0$ при $n=3$, $l=0,1,2$. Величина момента импульса L связана с числом l соотношением

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (74)$$

Магнитное квантовое m число характеризует проекцию момента импульса

$$L_z = m\hbar \quad (75)$$

и может принимать значения от $-l$ до $+l$. Например, $l=2$, $m=-2,-1,0,1,2$. Название магнитного квантового числа заимствовано из опыта: было обнаружено, что при газовом разряде спектральные линии расщепляются в магнитном поле на несколько линий, расположенных близко друг к другу (эффект Земана).

Есть еще спиновое квантовое число m_s , которое принимает лишь два значения $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$. Существование этого квантового числа не следует из уравнения Шредингера. Указание о необходимости введения m_s впервые было получено из опыта. Тщательное исследование спектральных линий атома водорода показало, что каждая линия в действительности состоит из двух (или большего числа) линий. Это явление получило название тонкой структуры.

Принцип Паули

Два электрона могут находиться в атоме в одном и том же квантовом состоянии. Иначе говоря, 2 электрона не могут иметь одинакового набора квантовых чисел n , l , m , m_s . Принцип запрета Паули составляет основу понимания не только структуры сложных атомов, но и природы молекул и химической связи и других явлений. Принцип применим ко всем частицам с полуцелым спином ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$), то есть к электронам, протонам, нейтронам и т.д., но не к фотонам.

Поглощение света веществом. Закон Бугера.

Спонтанное и вынужденное излучение

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Интенсивность света при прохождении уменьшается по закону Бугера

$$I = I_0 e^{-x} \quad (76)$$

Здесь I_0 – интенсивность света при входе в поглощающий слой, x – толщина слоя, k – постоянная, называемая коэффициентом поглощения.

Спонтанное и вынужденное излучение

Рассмотрим излучение на примере двух уровней – основного и возбужденного с энергиями E_1 и E_2 . При переходе электрона с уровня E_2 на E_1 энергия системы уменьшается, а избыток энергии излучается в виде кванта

$$h\nu_{21} = E_2 - E_1$$

В этом случае говорят о спонтанном излучении. Эйнштейн предположил, что если в подобной ситуации около атома пролетает фотон, энергия которого в точности равна $h\nu_{21}$, то может произойти вынужденный (индуцированный) переход электрона с уровня E_2 на E_1 . Это и есть вынужденное излучение, благодаря которому появились усилители излучения – квантовые генераторы.

Зонная теория твердого тела. Энергетические зоны в кристаллах.

Уровень Ферми

Электроны в отдельном атоме могут занимать лишь определенные энергетические уровни. Самый нижний уровень соответствует основному состоянию, а более высокие уровни – возбужденным состояниям. В твердом теле разрешенные энергетические уровни вследствие взаимодействия атомов размываются, превращаясь в высокие полосы или зоны. Внешние электроны могут оказаться в одной из двух зон: либо в нижней валентной зоне, соответствующей основному состоянию, либо в верхней – зоне проводимости. Электроны не могут иметь энергии в запрещенной щели между этими двумя зонами. Обычно электроны находятся в валентной зоне, где они сильно связаны с отдельными атомами. У хорошего диэлектрика валентная зона заполнена, а щель между зонами довольно широка (>1 эВ).

Свободных состояний, которые могли бы занять электроны, нет, перейти через запрещенную зону электроны могут лишь изредка (случайные столкновения с другими электронами). В хорошем проводнике такой щели нет и электроны свободно перемещаются по решетке кристалла, обеспечивая его высокую проводимость

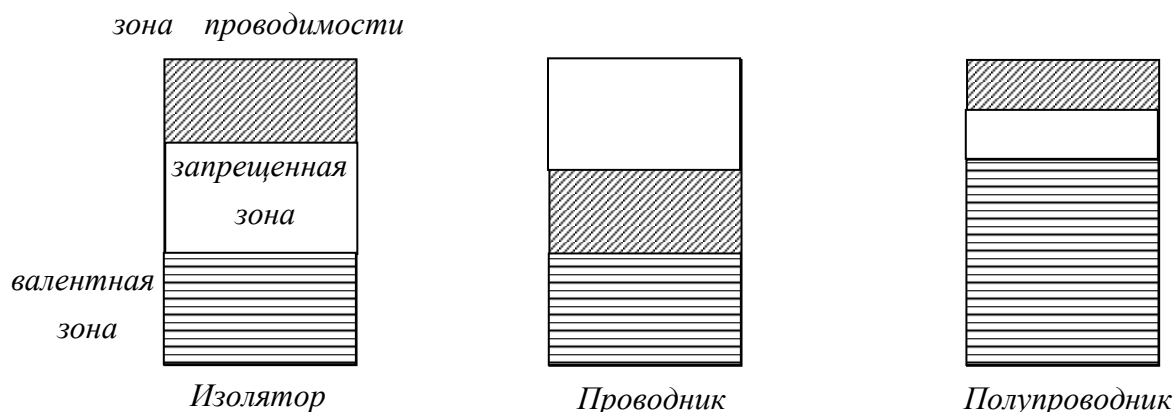


Рис.8

В чистых полупроводниках щель невелика и некоторая часть электронов (небольшая) может переходить из валентной зоны в зону проводимости, что обеспечивает слабую проводимость полупроводников. С повышением температуры число перешедших электронов будет расти и сопротивление его падает.

В легированных проводниках примеси создают дополнительные уровни энергии между зонами. В полупроводниках n -типа примесный энергетический уровень лежит чуть ниже дна зоны проводимости.

Электроны на этом уровне могут легко получить дополнительную энергию для перехода в зону проводимости. Так как этот уровень поставляет электроны в зону проводимости, он называется однородным.

В полупроводниках p -типа примесный валентный уровень расположен чуть выше потолка валентной зоны.

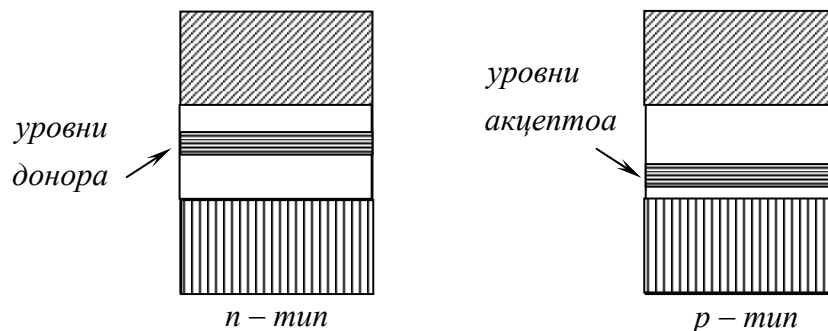


Рис. 9

Он называется акцепторным, так как электрон из валентной зоны легко может переходить на него. В результате образуется положительно заряженная дырка. При заполнении дырок электронами она перемещается, обеспечивая проводимость полупроводника. Если полупроводник n -типа соединить с полупроводником p -типа, то получим диод с p - n -переходом. Каждый из полупроводников в отдельности электронейтрален, но в результате соединения, количество электронов вблизи контакта перейдет за счет диффузии из полупроводника n -типа в полупроводник p -типа и заполнит там некоторое количество дырок. В результате полупроводник n -типа положительный заряд, а полупроводник p -типа – отрицательный. Возникает разность потенциалов, которая воспрепятствует дальнейшей диффузии электронов. Если подключить к такой системе источник напряжения, то получим транзистор. Можно сделать транзисторы типа p - n - p или n - p - n .

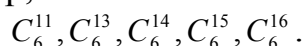
Рис.10

Уровень Ферми

Уровень Ферми представляет энергию электрона на высшем занятом уровне. Например, если в ящике есть n электронов, то по принципу Паули они займут $n/2$ уровней (на каждом уровне по два электрона с противоположными спинами). Энергии Ферми будет отвечать уровень с номером $n/2$.

Состав и характеристика атомного ядра

Модель атомного ядра была разработана в начале 30-х годов. Согласно этой модели, ядро состоит из частиц двух типов протонов и нейтронов. Протон – это ядро атома гелия с зарядом $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и массой $m=1,672 \cdot 10^{-27}$ кг. Нейтрон имеет нулевой заряд и $m=1,675 \cdot 10^{-27}$ кг. Их объединяют под общим названием нуклон, который может находиться как бы в двух состояниях. Число протонов в ядре дает атомный номер и обозначается буквой Z . Общее число нуклонов называют массовым числом. Число нейтронов равно $N=A-Z$. В ядрах одного химического элемента число нейтронов может быть различно, а число протонов всегда одно и тоже. Подобные элементы называются изотопами. Например,



Распространенность этих изотопов разная, например, 98,9% в природе находится на изотоп C_6^{12} и только 1,1% на C_6^{13} . Многие изотопы не встречаются в природе, но их можно получить искусственно. Характерный размер ядра определяется выражением

$$r \approx (1,2 \cdot 10^{-15}) A^{1/3} (\text{м})$$

Энергия связи

Общая масса ядра всегда меньше суммы масс, составляющих его протонов и нейтронов. Например, He_2^4 . Масса нейтрального атома He_2^4 равна 4,002603 а.е.м. Сумма масс двух нейтронов и двух протонов (даже если забыть про электроны)

$$2m_n=2,017330$$

$$2m_p=2,017330$$

Что в сумме дает 4,032980 а.е.м. (Массы ядер измеряют в атомных единицах массы (а.е.м. или 1 а.е.м = 931,5016 Мэв/с). Куда исчезла часть массы? Разность масс называют энергией связи ядра она показывает, какую энергию необходимо затратить, чтобы разделить ядро на составляющие его протоны и

нейтроны. Если бы масса гелия была бы в точности равна массе двух нейтронов и протонов, то ядро распалось бы самопроизвольно, без сообщения ему дополнительной энергии.

Возникает вопрос, почему ядро не разлетается на части несмотря на силы отталкивания между протонами? Так как стабильные ядра существуют, ясно, что должна действовать какая-то другая по природе сила, превосходящая кулоновскую силу отталкивания, и она получила название сильного (ядерного) взаимодействия. Точное математическое описание сильного взаимодействия пока неизвестно. Действует эта сила на расстоянии порядка 10^{-15} м, а затем убывает до нуля, то есть это очень короткодействующие силы.

При $A > 40$ число нейтронов в ядрах превышает число протонов. При очень больших избыток нейтронов не в состоянии скомпенсировать кулоновское отталкивание и при $Z > 82$ стабильных ядер не существует.

Необходимо упомянуть о существовании еще одного типа ядерного взаимодействия – слабое взаимодействие. Оно проявляется в существовании определенных типов радиоактивного распада.

Радиоактивность

Радиоактивность возникает в результате распада нестабильного ядра. Многие нестабильные изотопы встречаются в природе. Их радиоактивность называется естественной.

Резерфорд и ряд других физиков обнаружили, что по проникающей способности излучение можно разделить на три различные вида. Излучение одного вида едва проходит через лист бумаги. Излучение другого вида проходило через пластинки алюминия толщиной до 3 мм. Излучение третьего вида проходило через слой свинца в несколько сантиметров. Их назвали соответственно альфа (α), бета (β) и гамма (γ) излучением. Все три вида имеют различный электрический заряд и по разному отклоняются в магнитном поле. Альфа-частицы представляют собой ядра гелия. Бета-частицы – это обычные электроны, а гамма-частицы – это фотоны большой энергии, большей чем у рентгеновских фотонов.

При бета-распаде образуется еще одна частица – нейтрино, предсказанная в 1934 году и обнаруженная в 1956 г.

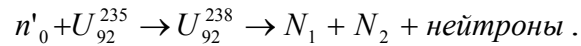
При радиоактивном распаде выполняются все законы сохранения плюс закон сохранения числа нуклонов.

Скорость распада любого изотопа характеризуется его периодом полураспада – промежуток времени, за который распадается половина исходного количества изотопа в данном образце. Например, для C_6^{14} , $T=5730$ лет.

Деление ядер и цепная реакция

В 1938 году Отто Ган и Штрассман сделали удивительное открытие. Они обнаружили, что при бомбардировке урана нейтронами иногда возникают, примерно, вдвое более легкие ядра, чем исходное ядро урана. Лиза Майтнер и

Фриш быстро поняли, что происходит: ядро урана, поглотив нейтрон, распадается на две части (примерно). Такое превращение выглядело необычным, так как все известные тогда превращения сопровождались вылетом из ядра лишь небольших осколков (n , p или α). Новое явление было названо делением ядра. Оказалось, что изотоп U_{92}^{235} делится легче, чем более распространенный U_{92}^{238} . Образовавшиеся ядра N_1 и N_2 называют осколками.



Время жизни промежуточного ядра U_{92}^{235} равно 10^{-12} с. Осколки могут быть разной природы



В результате реакции деления высвобождается огромное количество энергии, так как масса ядра значительно больше суммарной массы осколков деления. Разность масс порядка 0,9 Мэв на нуклон, а для 236 нуклонов получим около 200 Мэв. Для ядерных масштабов это огромная энергия. И если одновременно делится большое число ядер урана то и макроскопических масштабах будет выделяться огромная энергия. Физики (Ферми) поняли что нейтроны, испускаемые в каждом акте деления можно использовать для цепной реакции: один нейтрон вызывает деление одного ядра урана; два или три образовавшихся нейтрона вызовут дополнительные акты деления и так далее. И процесс будет лавинообразно нарастать. В 1942 Ферми с сотрудниками запустили первый ядерный реактор. Разница между ядерным реактором и атомной бомбой заключается в скорости высвобождения энергии. Для производства взрыва достаточно сблизить две подкритические массы.

Ядерный синтез

Масса любого стабильного ядра меньше суммы составляющих его протонов и нейтронов. Следовательно, если два протона и два нейтрона привести в соприкосновение, чтобы образовалось ядро гелия, то это сопровождалось бы уменьшением массы, что проявится в выделении огромного количества энергии. Образование ядер в процессе слияния отдельных протонов и нейтронов или легких ядер называется ядерным синтезом. В настоящее время ядерный синтез идет в недрах звезд в том числе и нашего.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. ЭДС батареи 24 В. Наибольшая сила тока, которую она может дать 10 А. Найти наибольшую мощность, которая может выделяться во внешней цепи.

Решение. Наибольшая сила тока, это сила короткого замыкания I_0 , когда внешнее сопротивление R очень мало, тогда $I_0 = \varepsilon / r$, откуда внутреннее сопротивление источника $r = \varepsilon / I_0$. Мощность во внешней цепи $P = I^2 R$, а $\varepsilon = I(R+r)$, откуда

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}. \quad (77)$$

Для определения R , когда мощность наибольшая, нужно найти максимум функции (77). Продифференцируем (77) по R и приравняем производную нулю:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (R+r)^2 - 2\varepsilon^2 R(R+r)}{(R+r)^4}.$$

Решая уравнение $dP/dR = 0$, получим

$$\varepsilon^2 [(R+r)^2 - 2R(R+r)] = 0.$$

Учитывая, что $\varepsilon \neq 0$, имеем $(R+r)^2 - 2R(R+r) = 0$, преобразуем $(R+r)(R+r-2R) = 0$, т.к. $(R+r) \neq 0$, тогда $R+r-2R=0$, т.е. $r = R$. При $R = r$ найдем P_{\max} :

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon \cdot I_0}{4},$$

$$P_{\max} = \frac{24 \cdot 10}{4} = 60 \text{ (Вт)}$$

Ответ: 60 (Вт).

Пример 2. По отрезку прямого провода длиной $l=80$ см течет ток $I=50$ А. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого этим током, в точке A , равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0=30$ см от его середины.

Решение. Для решения задач воспользуемся законом Био–Савара–Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей. Закон Био–Савара–Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{l}$. Заметим, что вектор $d\vec{B}$ в точке направлен за плоскость чертежа. Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \quad (78)$$

где символ l означает, что интегрирование распространяется на всю длину провода.

Запишем закон Био–Савара–Лапласа в векторной форме:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi \cdot r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция, создаваемая элементом провода длиной $d\vec{l}$ с током I в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} ; μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды, в которой находится провод (в нашем случае $\mu=1$). Заметим, что векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока сонаправлены (рис.11), поэтому выражение (78) можно переписать в скалярной форме:

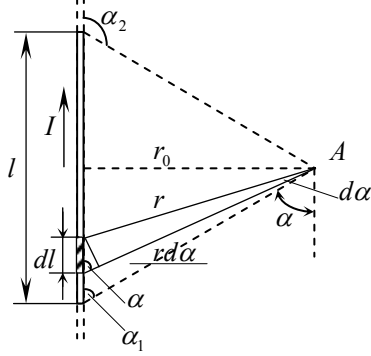


Рис.11

$$B = \int dB$$

$$\text{где } dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

В скалярном выражении закона Био-Савара-Лапласа угол α есть угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором \vec{r} . Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (79)$$

Преобразуем подынтегральное выражение так, чтобы осталась одна переменная – угол α . Для этого выразим длину элемента провода dl через угол α : $dl=r d\alpha / \sin \alpha$ (рис.11).

Тогда подынтегральное выражение $\frac{\sin \alpha}{r^2} dl$ запишем в виде

$$\frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot \frac{r dl}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}.$$

Заметим, что переменная r также зависит от α ($r=r_0 / \sin \alpha$); следовательно,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha$$

Таким образом, выражение (79) можно переписать в виде

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

где α_1 и α_2 – пределы интегрирования.

Выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (80)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода: $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. С учетом этого формула (80) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha_1. \quad (81)$$

Из рис.11 следует

$$\cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

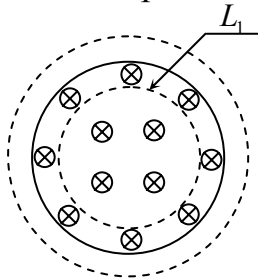
Подставив выражение $\cos \alpha_1$ в формулу (81), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (82)$$

Произведя вычисления по формуле (82), получим $B=26,7$ мкТл.

Пример 3. По длинному цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток, плотность которого зависит от расстояния x от оси проводника по закону $j = j_0(1 - \frac{x^2}{R^2})$. Найти индукцию магнитного поля на расстоянии x от оси в следующих случаях: а) $x < R$ и б) $x > R$.

Решение. Выполним рисунок (рис.12), на котором изобразим силовые линии (концентрические окружности) и отметим направление тока (например, на плоскость чертежа). Выберем контур, совпадающий с силовой линией поля, проходящей через точку M , лежащую на расстоянии x от оси проводника :



а) L_1 для $x < R$

б) L_2 для $x > R$

Рис.12

В первом случае контур охватывает лишь часть проводника, т.е. ток

$$I_1 = \int_{(S_1)} (j, d\vec{S}) = \int_0^x \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) j_0 \cdot 2\pi x dx = 2\pi j_0 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4R^2}\right),$$

а во втором – весь ток

$$I_2 = \int_{(S_2)} (j, d\vec{S}) = \int_0^R \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) j_0 \cdot 2\pi x dx = \pi j_0 \frac{R^2}{2},$$

Рассчитаем циркуляцию вектора \vec{B} вдоль контуров L_1 и L_2 :

$$\Gamma_1 = \oint_{L_1} (\vec{B}_1, d\vec{l}) = B_1 2\pi x; \quad \Gamma_2 = \oint_{L_2} (\vec{B}_2, d\vec{l}) = B_2 2\pi x.$$

Воспользуемся теоремой о циркуляции вектора \vec{B} в виде:

$$\Gamma = \mu_0 I.$$

Для первого случая получим

$$B_1 \cdot 2\pi x = 2\pi j_0 \mu_0 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4R^2} \right);$$

отсюда следует

$$B_1 = j_0 \mu_0 \left(\frac{x}{2} - \frac{x^3}{4R^2} \right);$$

Для второго случая

$$B_2 \cdot 2\pi x = \pi j_0 \mu_0 \frac{R^2}{2};$$

отсюда следует

$$B_2 = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{4x}.$$

Таким образом, искомое значение вектора магнитной индукции имеет вид:

$$B = \begin{cases} \mu_0 j_0 \left(\frac{x}{2} - \frac{x^3}{4R^2} \right), & x < R; \\ \mu_0 j_0 \frac{R^2}{4x}, & x > R. \end{cases}$$

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной $\alpha = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: а) $\varphi_1 = 90^\circ$; б) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. На контур с током в магнитном поле действует момент силы (рис.13)

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (83)$$

где $p_m = IS = I\alpha^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитное поле. При этом момент сил равен нулю ($M=0$), а значит, $\varphi=0$, т.е. векторы \vec{p}_m и \vec{B} сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться вернуть контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальном виде $dA=Md\varphi$.

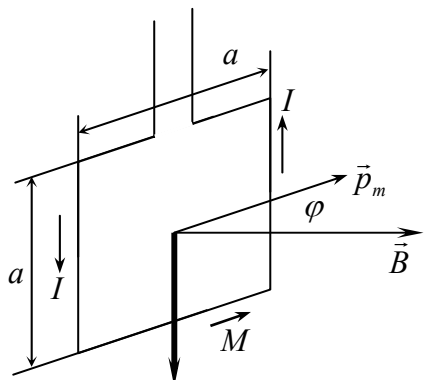


Рис.13

Учитывая формулу (83), получаем

$$dA=IBa^2\sin\varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi. \quad (84)$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1=90^0$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 |(-\cos\varphi)|_0^{\pi/2} = IBa^2. \quad (85)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ ($I=100$ А, $B=1$ Тл, $a=10$ см = 0,1 м) и подставим в (85):

$$A_1=100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Рассчитаем работу при повороте на угол $\varphi_2=3^0$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (84) $\sin\varphi \approx \varphi$

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (86)$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в (86) найдем

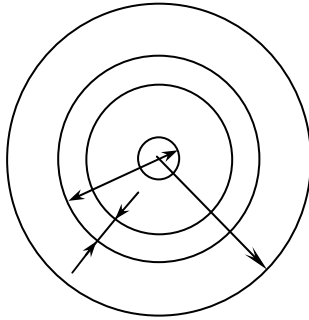
$$A_2=1/2 \cdot 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Пример 5. Коаксиальный кабель состоит из внутреннего сплошного проводника радиусом r и наружной проводящей тонкостенной трубки радиусом R . Найти индуктивность единицы длины кабеля, считая распределение тока по сечению внутреннего проводника равномерным. Считать $\mu = 1$.

Решение. Выделим в коаксиальном кабеле трубку тока радиусом x и толщиной dx (рис.14). Энергия магнитного поля этой трубки в расчете на единицу длины

$$dW = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot 2\pi x dx, \quad (87)$$

где $B^2/(2\mu_0)$ – плотность энергии магнитного поля. Энергия магнитного поля единицы длины кабеля



$$W = \int_0^R \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot 2\pi x dx, \quad (88)$$

Рис. 14

Для вычисления этого интеграла необходимо знать зависимость $B(x)$. С помощью теоремы о циркуляции вектора \vec{B} можно показать, что

$$B|_{x < r} = \frac{\mu_0 I x}{2\pi r^2}; \quad B|_{r < x < R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}; \quad B|_{x > R} = 0. \quad (89)$$

С учетом последних уравнений энергия магнитного поля

$$W = \int_0^r \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} \right)^2 \frac{\pi}{\mu_0} x^3 dx + \int_r^R \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \right)^2 \frac{\pi}{\mu_0} x dx \quad (90)$$

Вычисления дают

$$W = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) I^2.$$

Так как с другой стороны,

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad \text{то } L = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{R}{r} \right).$$

Пример 6. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямолинейный проводник с током I находятся в одной плоскости. Рамку перемещают поступательно вправо с постоянной скоростью \vec{V} . Найти электродвижущую силу индукции в рамке как функцию расстояния x .

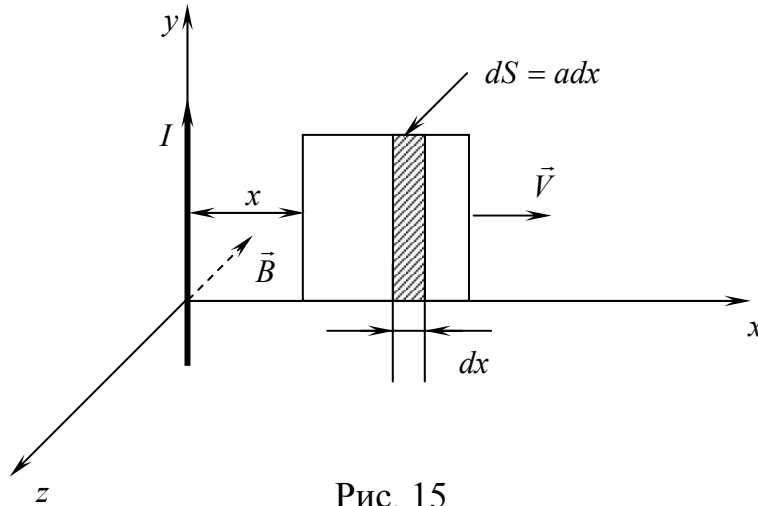


Рис. 15

На рис. 15 изобразим проводник и рамку в плоскости ХОУ.

Проводник направим вдоль оси Y . Рамку будем перемещать в направлении оси X . Вектор \vec{B} магнитного поля прямолинейного проводника, в котором находится рамка, направлен перпендикулярно плоскости рамки противоположно оси Z . Величина его зависит от координаты рамки X .

Определим направление индукционного тока:

- 1) с течением времени поток через площадь рамки уменьшается, так как при удалении рамки от проводника уменьшается значение магнитной индукции поля;
- 2) следовательно, поле индукционного тока \vec{B}_i направлено так же, как и основное поле \vec{B} ;
- 3) по правилу правого винта индукционный ток направлен по часовой стрелке.

Положительная нормаль \vec{n} к рамке направлена противоположно оси Z .

Рассчитаем магнитный поток через площадь рамки:

$$\Phi = \int_{(S)} (\vec{B}, \vec{n}) dS = \int_x^{x+a} 2k' \frac{Ia}{x} dx = 2k' a \ln \frac{x+a}{x},$$

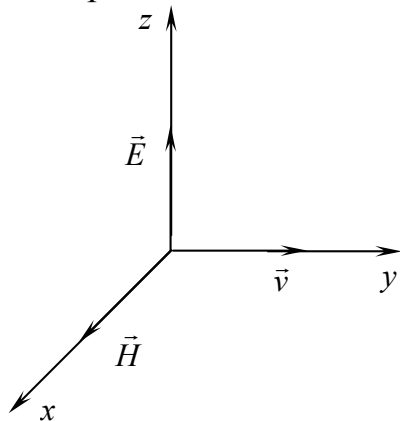
где $k' = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}$.

Определим электродвижущую силу индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(2k' a \ln \frac{x+a}{x} \right) = 2k' I \frac{a^2}{x(x+a)} \frac{dx}{dt} = 2k' I \frac{a^2 V}{x(x+a)}.$$

Пример 7. В некоторой среде распространяется плоская электромагнитная волна частоты ω . При данной частоте диэлектрическая проницаемость среды равна $\varepsilon = 2,00$, магнитная – $\mu \approx 1,00$. Найти вектор Пойнтинга \vec{S} в той точке, в которой электрический вектор изменяется по закону $\vec{E} = 10,0 \cos(\omega t + \alpha) \vec{k}$, В/м. Амплитуда вектора напряженности \vec{H} имеет вид $H_0 \vec{i}$.

Решение: Векторы \vec{E} и \vec{H} образуют с направлением распространения волны \vec{v} правовинтовую систему (рис.16), т.е. указанные векторы \vec{E} и \vec{H} изменяются с течением времени по законам:



$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \cos(\omega t + \alpha) \vec{k} \\ \vec{H} &= H_0 \cos(\omega t + \alpha) \vec{i} \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

где i, j, k – орты осей x, y, z .

Рис.16

Вектор Пойнтинга – плотность потока энергии электромагнитной волны – определяется выражением

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}], \quad (92)$$

представляющим собой векторное произведение векторов \vec{E} и \vec{H} .

Рассчитаем это произведение, пользуясь формулами (91):

$$\vec{S} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & E_y & E_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & E_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ H_0 \cos(\omega t + \alpha) & 0 & 0 \end{vmatrix} = H_0 E_0 \cos^2(\omega t + \alpha) \vec{j}. \quad (93)$$

Для завершения расчетов воспользуемся соотношением между амплитудными значениями H_0 и E_0 в плоской электромагнитной волне: $E_0 \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu \mu_0}$.

Отсюда следует

$$H_0 = E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}}. \quad (94)$$

Подставив (94) в выражение для вектора Пойнтинга (93), получим

$$\vec{S} = E_0^2 \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \cos^2(\omega t + \alpha) \vec{j}$$

Произведем расчет, учитывая, что $E_0 = 10,0$ В/м:

$$\vec{S} = (10,0)^2 \sqrt{\frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,00}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 1,00}} \cos^2(\omega t + \alpha) j \approx 374,8 \cdot 10^{-6} \cos^2(\omega t + \alpha) j \quad \frac{Bm}{m^2}$$

Таким образом, перенос электромагнитной энергии идет вдоль распространения волны \vec{V} . Среднее значение вектора \vec{S} (с учетом $\langle \cos^2 \alpha \rangle = 1/2$) составляет $187,4 \text{ мкВт/м}^2$.

Пример 8. В опыте Юнга от двух когерентных источников S_1 и S_2 ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили стеклянную пластинку ($n = 1,5$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине d_{min} пленки это возможно? **Решение.** Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн т.е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1)\lambda / 2 \quad (95)$$

где Δ_1 – оптическая разность хода световых лучей до внесения пластинки; Δ_2 – оптическая разность хода световых лучей после внесения пластинки $k=0,1,2,3, \dots$

Наименьшей толщине d_{min} пластинки соответствует $k=0$.

При этом формула (95) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda / 2 \quad (96)$$

Найдем оптические разности хода Δ_2 и Δ_1 . Из рис.13 следует:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2 \quad \text{и}$$

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{min}) + nd_{min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{min}(n - 1).$$

Подставим выражение Δ_1 и Δ_2 в формулу (96):

$$(l_1 - l_2) + d_{min}(n - 1) - (l_2 - l_1) = \lambda / 2$$

или

$$d_{min}(n - 1) = \lambda / 2$$

Отсюда

$$d_{min} = \lambda [2(n - 1)]$$

Произведем вычисления:

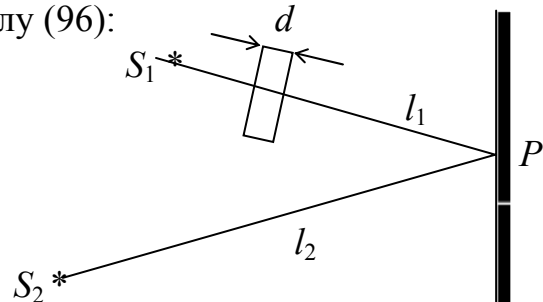


Рис.17

$$d_{min} = \frac{0,6}{2(1,5 - 1)} \cdot \text{мкм} = 0,6 \text{ мкм}$$

Пример 9. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$

мкм. Число возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной $l=1$ см, равно 10. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света (рис.18) будут практически параллельны.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta=(2k+1)\lambda/2 \quad (k=0,\pm 1,\pm 2,\dots) \quad (97)$$

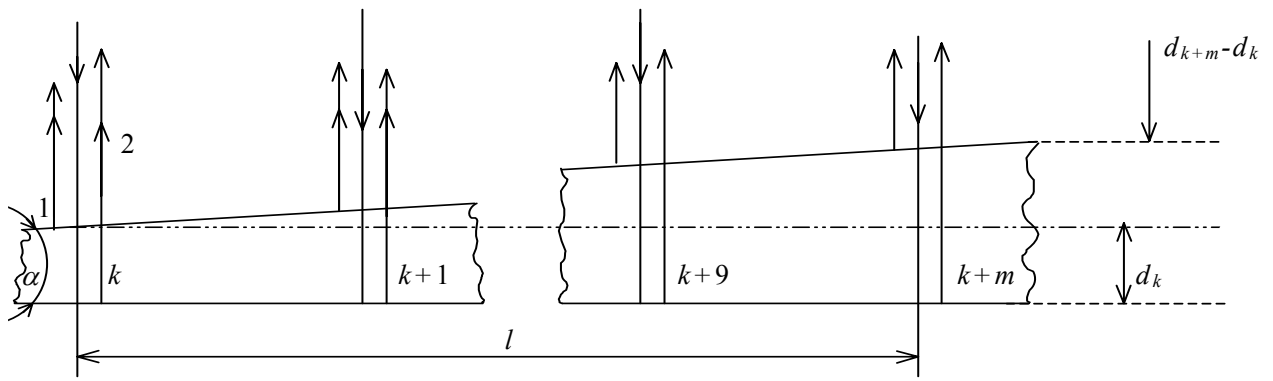


Рис.18

Разность хода двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn\text{Cosi}$) и половины длины волны ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (97) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n \cos i + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2, \quad (98)$$

где n – показатель преломления стекла ($n=1,5$); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k ; i – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления $i=0$, а $\cos i=1$.

Раскрыв скобки в правой части равенства (98), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda \quad \text{и для } d_{k+m} = (k+m)\lambda. \quad (99)$$

Пусть произвольной темной полосе k -го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $k+m$ -го номера – толщина d_{k+m} клина. Тогда (рис.18), учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l , найдем:

$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k) / l. \quad (100)$$

Выразим из (99) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу (100).

Затем, учитывая, что $\sin \alpha \approx \alpha$ (из-за малости угла α), получим

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

Выразим в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой: $1 \text{ рад} \approx 2,06 \cdot 10^5''$. Тогда

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^5'' = 41,2''.$$

Пример 10. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, коэффициент преломления вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки.

Решение. Из условия задачи следует, что отраженный свет максимально ослаблен, следовательно на разности хода 1-го и 2-го лучей должно уложиться

нечетное число половин длин волн падающего света $\Delta = (2k+1)\lambda/2$

или из рисунка:

$$\Delta = (AB+BC)n_2 - ADn_1$$

Т.к. лучи падают нормально на пластинку (см. условие задачи), то $AD=0$, а $AB+BC=2d$. Таким образом,

$$\Delta = 2d \cdot n_2 = (2k+1)\lambda/2$$

откуда

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

Толщина пластинки будет минимальна, если $k=0$, т.е.

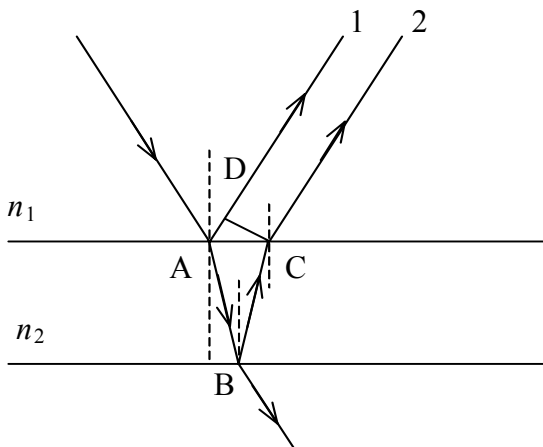


Рис.19

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{0,6 \text{ мкм}}{4 \cdot 1,4} \approx 0,11 \text{ мкм}$$

Пример 11. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d=2 \text{ мкм}$. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0,7 \text{ мкм}$) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0,41 \text{ мкм}$) света.

Решение. Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок k дифракционного максимума:

$$k = (d \sin \alpha) / \lambda, \quad (101)$$

где d – период решетки; α – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света. Так как $\sin \alpha$ не может быть больше 1, то число k не может быть больше d/λ , т.е.

$$m \leq d/\lambda, \quad (102)$$

Подставив в формулу (102) значение величин, получим:

$$m \leq 2/0,7 = 2,86 \text{ (для красных лучей);}$$

$$m \leq 2/0,41 = 4,88 \text{ (для фиолетовых лучей).}$$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $k_{\max} = 2$ и для фиолетового $k_{\max} = 4$.

Пример 12. На круглое отверстие радиусом 1 мм. в непрозрачном экране падает нормально пучок света с длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно. (Рис.20)

Решение. Число зон Френеля убывает при удалении экрана от отверстия.

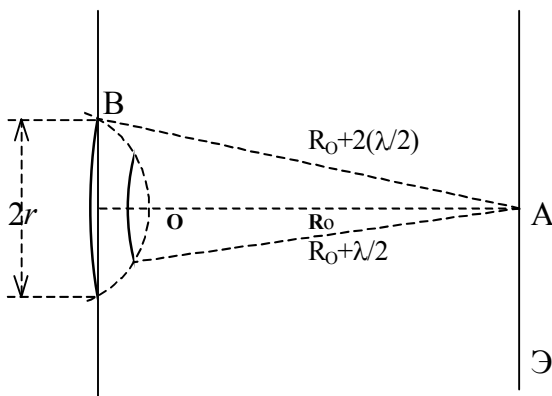


Рис.20

Если в отверстие укладывается четное число зон Френеля на экране наблюдается минимум. Следовательно, максимальное расстояние от отверстия до экрана будет, если в отверстие укладывается две зоны Френеля ($m=2$). Из треугольника OAB имеем

$$r^2 = (R_0 + 2\lambda/2)^2 - R_0^2 = 2R_0\lambda + \lambda^2,$$

т.к. $\lambda \ll R_0$, то $\lambda^2 \ll 2R_0\lambda$ и следовательно $r^2 = 2R_0\lambda$ откуда $R_0 = r^2/2\lambda$ и

$$R_0 = \frac{(10^{-3})^2 \text{ м}^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 1 \text{ м}$$

Пример 13. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком света (см. рис.21). Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

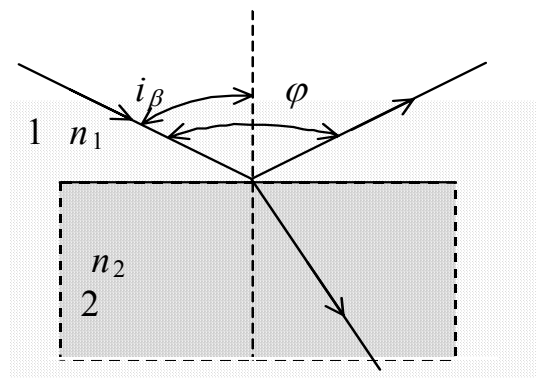


Рис.21

Решение. Согласно закону Брюстера,

пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg} i_{\beta} = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно, $\operatorname{tg} i_{\beta} = n_2/n_1$.

Так как угол падения равен углу отражения, то $i_{\beta} = \varphi/2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}$$

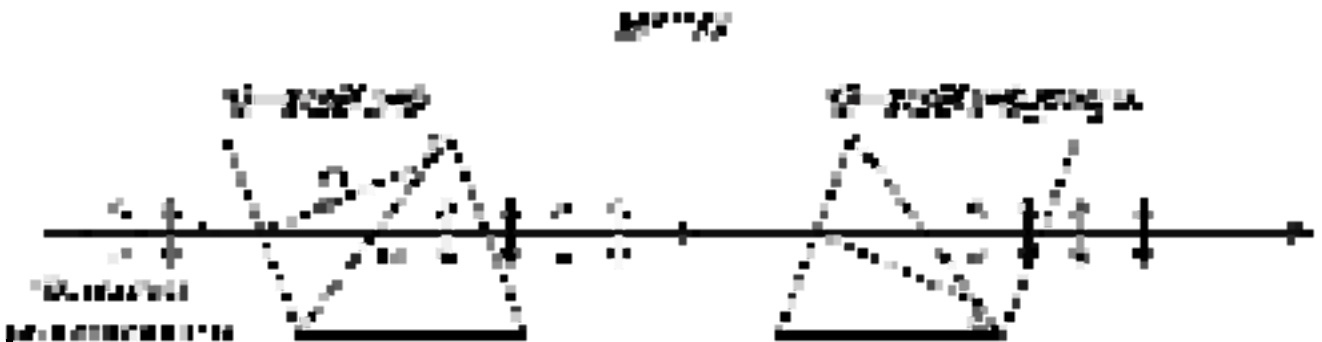
Произведем вычисления:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg}(97^\circ / 2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33$$

Пример 14. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60^\circ$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

Решение:

1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (см. рис.22), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (О) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (е) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму, $I_1 = 1/2 I_0 (1 - k)$; через вторую – $I_2 = 1/2 I_0 (1 - k)^2 \cos^2 \alpha$.



Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2 I_0}{I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k} \quad (103)$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - 0,05} = 2,1$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому интенсивность его нас не интересует. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2 , определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получаем

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha}$$

Заменяя отношение I_0/I_1 его выражением по формуле (103) получаем

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} \approx 8,86$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшается в 8,86 раза.

Пример 15. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность I пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину квар-

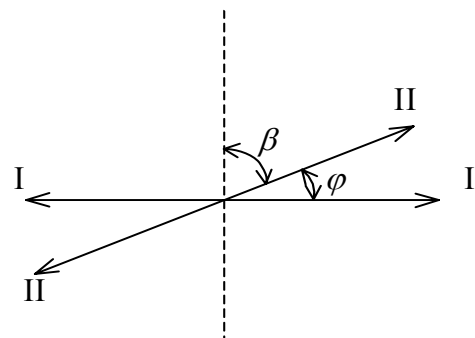


Рис.23

цевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебечь, постоянную вращения α кварца принять равной 48,9 град/мм.

Р е ш е н и е. Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рис.23) перпендикулярна плоскости колебаний (I-I) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол

$$\varphi = \alpha \cdot l \quad (104)$$

где l – толщина пластины.

Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол β , который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (II-II) плоскости колебаний падающего на поляроид плоскополяризованного света. Для этого воспользуемся законом Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \beta$$

Заметив, что $\beta = \pi/2 - \varphi$, можно написать

$$\alpha \cdot l = \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}}$$

$$I = I_0 \cos^2(\frac{\pi}{2} - \varphi), \text{ или } I = I_0 \sin^2 \varphi. \quad (105)$$

Из равенства (105) с учетом (104) получим, откуда искомая толщина пластины

$$l = (1/\alpha) \arcsin \sqrt{I/I_0}$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$l = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{1/2} \text{ мм} = 16 \text{ мкм} .$$

Пример 16. Поверхность тела нагрета до температуры 1000 К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на 100 К, а другая охлаждается на 100 К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость поверхности этого тела?

Р е ш е н и е. Энергетическая светимость абсолютно черного тела, то есть энергия, излучаемая единицей поверхности в 1 секунду, определяется формулой Стефана-Больцмана

$$I = \sigma T^4$$

Чтобы найти энергию, испускаемую какой либо поверхностью, необходимо умножить последнее выражение на величину этой поверхности S . Таким образом можно записать

$$N = \frac{\frac{1}{2} S \sigma (T - 100)^4 + \frac{1}{2} S \sigma (T + 100)^4}{S T^4} = \frac{(T - 100)^4 + (T + 100)^4}{2 T^4} =$$

$$\frac{1}{2 T^4} (T^4 - 4 T^3 \cdot 100 + 6 T^2 \cdot 100^2 - 4 T \cdot 100^3 + 100^4 + T^4 + 4 T^3 \cdot 100 + 6 T^2 \cdot 100^2 + 4 T \cdot 100^3 + 100^4) =$$

$$= 1 + \frac{6 \cdot 100^2}{T^2} + \frac{100^4}{T^4} = 1.0601.$$

Пример 17. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом в 3 в. Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$. Найти работу выхода электрона из этого металла.

Решение. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h \nu = A_{\text{вых}} + \frac{m v^2}{2}$$

Чтобы не дать электронам с энергией $\frac{m v^2}{2}$ покинуть поверхность металла электрическое поле должно совершить над электронами работу, равную произведению заряда электрона на разность потенциалов, то есть

$$\frac{m v^2}{2} = e U$$

Учитывая это, получим

$$h \nu = A_{\text{вых}} + e U$$

Так как фотоэффект начинается при частоте ν_0 , то работа выхода электрона

$$A_{\text{вых}} = h \nu_0 = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 2.48 \text{ эВ}.$$

И для частоты падающего света

$$\nu = \frac{A_{\text{вых}} + e U}{h}$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $\nu = 13.2 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$.

Пример 18. Частица в основном состоянии находится в бесконечно-глубокой одномерной потенциальной яме шириной a . Найти нормированные волновые функции стационарных состояний частицы и соответствующие значения энергий. Масса частицы m . Начало координат выбрать в середине отрезка $(0, a)$. (Рис.24)

Решение.

Запишем уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U \psi = E \psi \quad (106)$$

Рис.24

По условию задачи потенциальная энергия U

$$U=0, \text{ если } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$$

И
$$\psi = 0, \text{ если } \frac{a}{2} \leq x \leq -\frac{a}{2}$$

Преобразуем уравнение (106)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \text{ где } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\psi = A\sin kx + B\cos kx$$

Волновая функция должна удовлетворять стандартным условиям, одним из которых является непрерывность волновой функции. Пусть у нас имеется три области, показанные на рисунке, тогда

$$\psi_1\left(-\frac{a}{2}\right) = \psi_2\left(-\frac{a}{2}\right) \quad (\text{а})$$

$$\psi_2\left(\frac{a}{2}\right) = \psi_3\left(\frac{a}{2}\right) \quad (\text{б})$$

Учитывая эти условия, будем иметь два уравнения

$$0 = A\sin\left(-\frac{ka}{2}\right) + B\cos\left(-\frac{ka}{2}\right)$$

$$0 = A\sin\left(\frac{ka}{2}\right) + B\cos\left(\frac{ka}{2}\right)$$

Складывая их, а потом, вычитая получим

$$2B\cos\frac{ka}{2} = 0 \quad \text{и} \quad 2A\sin\frac{ka}{2} = 0 \quad \text{и если}$$

$B \neq 0$, $\cos\frac{ka}{2} = 0$, откуда следует, что $\frac{ka}{2} = \frac{\pi}{2}(2n+1)$ и $k = \frac{\pi}{a}(2n+1)$ и решение можно записать в виде

$$\psi = B \cos \frac{\pi}{a} (2n+1)x \quad \text{если же}$$

$A \neq 0$, $\sin \frac{ka}{2} = 0$, откуда следует что $\frac{ka}{2} = \pi m$ и $k = \frac{\pi}{a} 2m$ и решение теперь имеет вид

$$\psi = A \sin \frac{\pi}{a} 2mx \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A и B найдем из условия нормировки

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} |\psi|^2 dx = 1,$$

после простого вычисления получим $A=B=\sqrt{\frac{2}{a}}$. Окончательный ответ можно

записать в виде $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\pi}{a} mx \quad m = 1, 3, 5 \dots$

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} mx \quad m = 2, 4, 6 \dots$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Таблица вариантов задач

Вариант	Номера задач									
1	201	211	221	231	241	251	261	271	281	291
2	202	212	222	232	242	252	262	272	282	292
3	203	213	223	233	243	253	263	273	283	293
4	204	214	224	234	244	254	264	274	284	294
5	205	215	225	235	245	255	265	275	285	295
6	206	216	226	236	246	256	266	276	286	296
7	207	217	227	237	247	257	267	277	287	297
8	208	218	228	238	248	258	268	278	288	298
9	209	219	229	239	249	259	269	279	289	299
10	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

201. Гальванометр имеет 100 делений, цена каждого деления 1 мкА, внутреннее сопротивление его 1 кОм. Как из этого гальванометра сделать амперметр для измерения тока до 1 А или вольтметр для измерения напряжения до 100 В ?

202. Аккумулятор при внешнем сопротивлении 9 Ом дает ток в цепи 0,8 А, а при сопротивлении 15 Ом сила тока 0,5 А. Найти ЭДС аккумулятора, его внутреннее сопротивление и ток короткого замыкания.

203. Амперметр и резистор соединены последовательно и подключены к источнику тока. К резистору подсоединен вольтметр сопротивлением 4 кОм, он показывает напряжение 120 В. Ток, текущий через амперметр, равен 0,3 А. Найти сопротивление резистора. Определить погрешность ε , которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущей через вольтметр.

204. ЭДС батареи 80 В, внутреннее сопротивление 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность 100 Вт. Найти силу тока в цепи, ее сопротивление и напряжение, под которым находится внешняя цепь.

205. Аккумулятор при силе тока 8 А отдает во внешнюю цепь мощность 14,4 Вт, а при токе 5 А – мощность 9,5 Вт. Найти ЭДС аккумулятора, его внутреннее сопротивление и ток короткого замыкания.

206. ЭДС батареи 12 В. При силе тока 4 А КПД батареи 0,6. Найти внутреннее сопротивление батареи и ток короткого замыкания.

207. В сеть напряжением 120 В включили последовательно резистор $R = 2$ кОм и вольтметр. Показания вольтметра $U_1 = 80$ В. При замене резистора на другой вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Найти сопротивление второго резистора и силу тока через него.

208. Батарея состоит из пяти последовательно соединенных элементов с ЭДС, равными 1,4 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом каждый. Найти силу тока при полезной мощности 8 Вт. Какова наибольшая полезная мощность батареи?

209. При равномерном возрастании силы тока в проводнике от 1 А до 2 А выделяется 5 кДж тепла за время 10 с. Найти сопротивление этого проводника и тепло, которое выделится за 15 с.

210. Сила тока в проводнике сопротивлением 5 Ом изменяется по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 2$ А и $\alpha = 10$ с⁻¹. Найти тепло, выделившееся в проводнике за 1 с.

211–213. По тонкому прямолинейному проводнику протекает постоянный ток I . Найти индукцию магнитного поля на расстоянии b от проводника в точке O' для случаев, указанных на рис.25 (а – для 211 задачи; б – для 212; в – для 213)

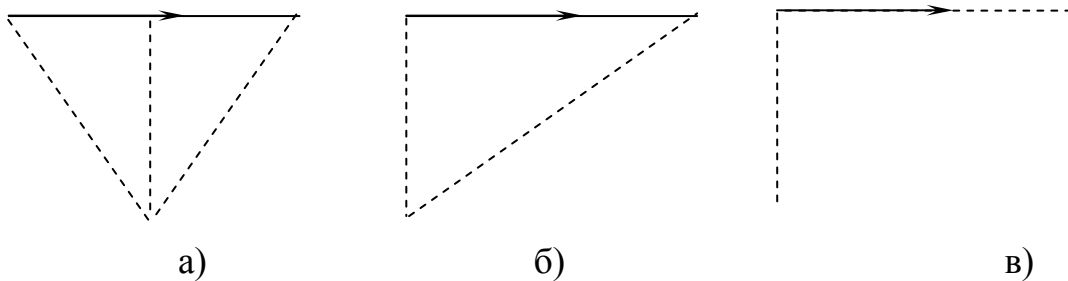


Рис.25

214–215. По тонкому проводнику в виде дуги радиусом R течет ток I . Найти индукцию магнитного поля в точке O в случаях, указанных на рис.26 (а – для 214 задачи; б – для 215)



Рис.26

216–217. Найти индукцию магнитного поля в точке O для тонких проводников с током I , имеющих конфигурацию, указанную на рис.27 (а – для 216 задачи; б – для 217)

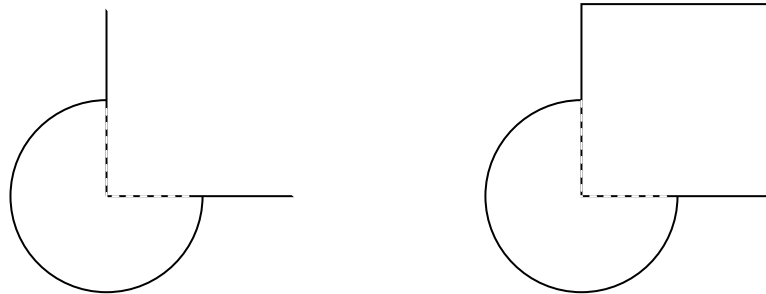


Рис.27

218–220. Найти индукцию магнитного поля, создаваемого бесконечным длинным проводником с током I , изогнутым так, как показано на рис.28 (а – для 218 задачи; б – для 219; в – для 220)

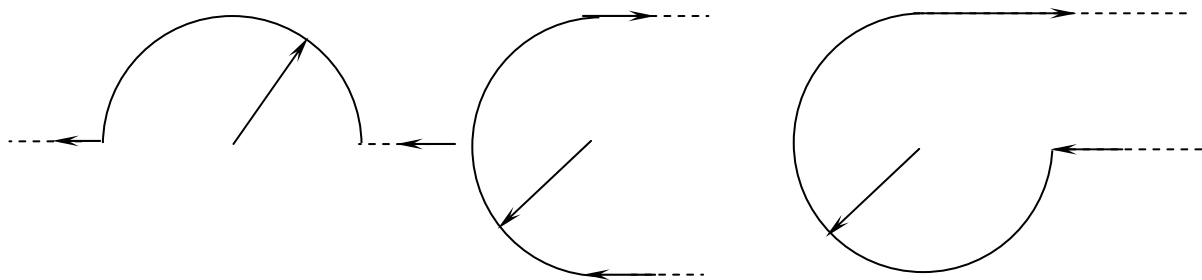


Рис.28

221. По круглому бесконечно длинному проводнику радиусом R течет ток постоянной плотности j . Найти магнитную индукцию как функцию расстояния от оси проводника.

222. Ток I_0 течет в одном направлении по длинной трубе, стенки которой имеют радиусы a и b , и в обратном направлении по тонкому проводнику, расположенному вдоль оси трубы (рис.29). Найти магнитную индукцию на расстоянии $a < x < b$ от оси трубы.

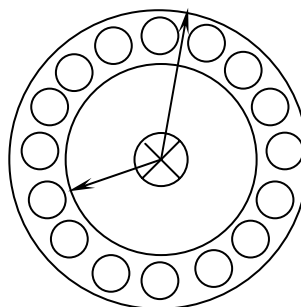


Рис.29

223. Найти индукцию магнитного поля в центре бесконечно длинного соленоида, по которому течет ток I . Плотность витков n .

224. Постоянный ток I течет по проводу, намотанному на деревянный тороид малого поперечного сечения. Число витков N . Найти отношение индукции магнитного поля внутри тороида к индукции в центре тороида.

225. По длинной трубе, внутренний и внешний радиусы которой a и b , течет ток, плотность которого $j=j_0 \exp(-\alpha x^2)$. Найти индукцию магнитного поля на расстоянии $a < x < b$ и $x > b$ от оси проводника.

226. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра (протона) по окружности радиусом $R = 53$ пм. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

227. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U=800$ В и, влетев в однородное магнитное поле $B=47$ мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h=6$ см. Определить радиус R винтовой линии.

228. Ион, попав в магнитное поле ($B=0,01$ Тл), стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию T (в эВ) иона, если магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока равен $1,6 \cdot 10^{-14}$ А·м².

229. Магнитный поток Φ сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида $l= 50$ см. Найти магнитный момент соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

230. Плоский контур с током $I= 50$ А расположен в однородном магнитном поле ($B= 0,6$ Тл) так, что нормаль к контуру перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу, совершаемую силами поля при медленном повороте контура около оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha= 30^0$.

231. Длинный прямой проводник с током I и П-образный проводник с подвижной перемычкой расположены в одной плоскости (рис.30). Перемычку, длина которой l , перемещают вправо с постоянной скоростью v . Найти э.д.с. индукции в контуре как функцию расстояния r .

232. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости (рис.31). Рамку поступательно перемещают вправо с постоянной скоростью v . Найти э.д.с. индукции в рамке как функцию расстояния r

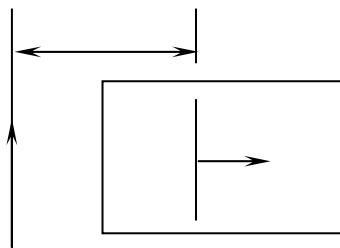


Рис.30

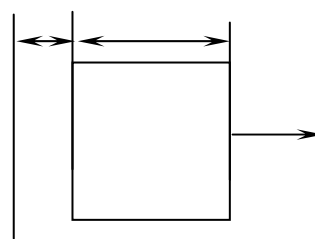


Рис.31

233. Квадратная проволочная рамка со стороной a и прямой проводник с постоянным током I лежат в одной плоскости (рис.32). Сопротивление рамки R . Ее повернули на 180° вокруг оси OO' , отстоящей от проводника с током на расстоянии b . Найти количество электричества, протекшее в рамке.

234. Проводник 1–2 массой m скользит без трения по двум длинным проводящим рельсам, расположенным на расстоянии l друг от друга (рис.33). На левом конце рельсы замкнуты сопротивлением R . Система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t=0$ стержню 1–2 сообщили вправо начальную скорость v_0 . Пренебрегая сопротивлением рельсов и стержня 1–2, а также самоиндукцией, найти:

- а) расстояние, пройденное стержнем до остановки;
- б) количество тепла, выделенное при этом на сопротивлении.

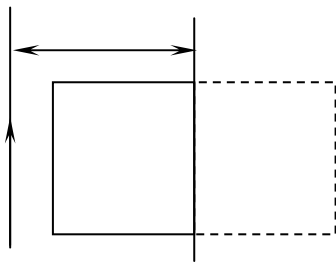


Рис.32

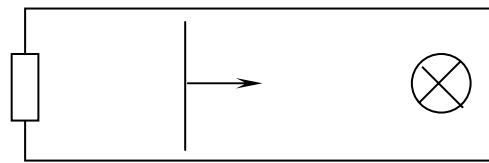


Рис.33

235. По П-образному проводнику, расположенному в горизонтальной плоскости, может скользить без трения перемычка 1–2 (рис. 34). Последняя имеет длину l , массу m и сопротивление R . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t=0$ на перемычку стали действовать постоянной горизонтальной силой F и перемычка начала перемещаться вправо. Найти зависимость от t скорости перемычки. Самоиндукция и сопротивление П-образного проводника пренебрежимо малы.

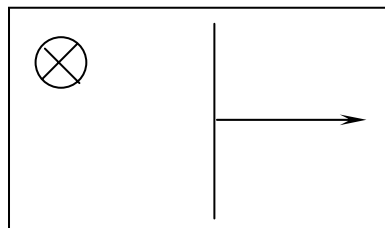


Рис.34

236. Плоская электромагнитная волна $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ – распространяется в вакууме. Считая векторы \vec{E} и \vec{H} известными, найти вектор \vec{H} как функцию времени t в точке с радиус-вектором $\vec{r} = 0$.

237. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна $\vec{E} = \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kx)$, где \vec{e}_y – орт оси Y , $E_m = 160$ В/м, $k = 0,51$ м⁻¹. Найти вектор \vec{H} в точке с координатой $x = 7,7$ м в момент:

а) $t = 0$; б) $t = 33$ нс.

238. Найти средний вектор Пойнтинга $\langle \vec{S} \rangle$ у плоской электромагнитной волны $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, если волна распространяется в вакууме.

239. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, частота которой $\nu = 100$ МГц и амплитуда электрической составляющей $E_m = 50$ мВ/м. Найти средние за период колебания значения:

а) модуля плотности тока смещения;
б) плотности потока энергии.

240. В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны; одна – вдоль оси X , другая – вдоль оси Y :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(\omega t - ky),$$

где вектор \vec{E}_0 направлен параллельно оси Z . Найти среднее значение плотности потока энергии в точках плоскости $Y = X$.

241. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм равен $0,82$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.

242. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину d_{min} пленки, если показатель преломления материала пленки $n = 1,4$.

243. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной $l = 1$ см укладывается $N = 10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda = 0,7$ мкм.

244. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны $\lambda = 500$ нм. Найти радиус R линзы, если радиус четвертого, темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_4 = 2$ мм.

245. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d = 1,5$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн лучей видимого участка спектра ($0,4 \leq \lambda \leq 0,8$ мкм), которые будут ослаблены в результате интерференции.

246. На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1,3$. Пластина освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны $\lambda = 640$ нм, падающим на пластину нормально. Какую минимальную толщину d_{min} должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

247. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b = 0,5$ мм. Определить угол между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1,6$.

248. Плосковыпуклая стеклянная линза с $F = 1$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 1,1$ мм. Определить длину световой волны λ .

249. Между двумя плоскопараллельными пластинами на расстоянии $L = 10$ см от границы их соприкосновения находится проволока диаметром $d = 0,01$ мм, образуя воздушный клин. Пластины освещаются нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить ширину b интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете.

250. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda = 590$ нм). Радиус кривизны R линзы равен 5 см. Определить толщину d_3 воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

251. Какое наименьшее число N_{min} штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть раздельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda = 589,0$ нм и $\lambda = 589,6$ нм? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d = 5$ мкм?

252. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4,6$ раза больше длины световой волны. Найти общее число M дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

253. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda = 780$ нм) спектра третьего порядка?

254. На дифракционную решетку, содержащую $n = 600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенный вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1,2$ м. Границы видимого спектра: $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

255. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние d между атомными плоскостями равно 280 пм. Под углом $\theta = 65^\circ$ к атомной плоскости наблюдается дифракционный

максимум первого порядка. Определить длину волны рентгеновского излучения.

256. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, $\varphi = 20^\circ$. Определить ширину a щели.

257. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, нормально падает монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум второго порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 16^\circ$. Определить длину волны λ света, падающего на решетку.

258. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 410$ нм). Угол $\Delta\varphi$ между направлениями на максимумы первого и второго порядков равен $2^\circ 21'$. Определить число n штрихов на на 1 мм дифракционной решетки.

259. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4$ раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол α между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

260. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d = 4$ мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

261. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины d_{min} следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

262. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол γ между падающим и преломленным пучками.

263. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца равна 27 град/мм.

264. При прохождении света через трубку длиной $l_1 = 20$ см, содержащую раствор сахара концентрацией $C_1 = 10\%$, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1 = 13,3^\circ$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2 = 15$ см, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2 = 5,2^\circ$. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

265. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол $\varphi = 40^\circ$. Принимая, что коэффициент поглощения k каждого николя равен $0,15$, найти, во сколько раз

пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

266. Угол падения i луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол i' преломления луча.

267. Угол α между плоскостями пропускания поляроидов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в $n = 8$ раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения k света в поляроидах.

268. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле i падения отраженный пучок света максимально поляризован?

269. Пучок света переходит из жидкости в стекло. Угол падения i пучка равен 60° , угол преломления $i' = 50^\circ$. При каком угле падения i_β пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

270. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения i_β свет, отраженный от границы стекло–вода, будет максимально поляризован?

271. Найти температуру печи, если известно, что из отверстия в ней размером в 6.1см^2 излучается в 1 секунду энергия в 8.28 калорий.

272. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 34 квт. Найти температуру этого тела, если известно, что его поверхность равна 0.6м^2 .

273. Найти, какое количество энергии с 1см^2 поверхности излучает абсолютно черное тело в 1 секунду, если известно, что максимальная плотность энергии приходится на длину волны в 4840 \AA .

274. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 10 квт. Найти величину излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум плотности энергии, равна $7 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

275. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму плотности энергии, если источником света служит 1) спираль электрической лампочки ($T=3000^\circ \text{ K}$), 2) поверхность Солнца ($T= 6000^\circ \text{ K}$) и 3) атомная бомба, в которой в момент взрыва развивается температура около 10 млн. градусов.

276. На какую длину волны приходится максимум плотности энергии излучения абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела, т.е. $t= 37^\circ \text{ C}$?

277. Абсолютно черное тело находится при температуре $T_1 = 2900^\circ \text{ K}$. В результате остывания длина волны, на которую приходится максимум плотности энергии, изменилась на $\Delta\lambda = 9\text{мкм}$. До какой температуры T_2 охладилось тело?

278. Получить с помощью формулы Планка приближенные выражения для спектральной плотности излучения $\rho(\omega, T)$:

а) в области, где $h\omega \ll kT$

б) в области, где $h\omega \gg kT$.

279. Считая, что спектральное распределение энергии теплового излучения подчиняется формуле Вина $\rho(\omega, T) = A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, где $a = 7.64 \text{ пс} \cdot \text{К} / \text{рад}$, найти для температуры $T = 2000 \text{ К}$ наиболее вероятную частоту излучения и соответствующую длину волны излучения.

280. Вывести закон Стефана-Больцмана, используя закон Вина.

281. Определить красную границу фотоэффекта для калия и серебра, работы выхода для которых равны соответственно $A_k = 2,2 \text{ эВ}$, и $A_c = 4,7 \text{ эВ}$. Пригодны ли эти металлы для использования их в фотоэлементе при облучении видимым светом?

282. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вырванных с поверхности калия γ -квантами, равна $1,53 \text{ МэВ}$. Определить частоту γ -квантов.

283. Металл с работой выхода $A = 1,9 \text{ эВ}$ последовательно освещается светом длиной волны $\lambda_1 = 0,35 \text{ мкм}$ и $\lambda_2 = 0,54 \text{ мкм}$. Во сколько раз отличаются соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов?

284. Фототок, возникший в цепи при освещении вольфрамового катода светом с длиной волны $\lambda = 2540 \text{ \AA}$, прекращается при включении задерживающей разности потенциалов $U = 1 \text{ В}$. Найти работу выхода для вольфрама.

285. Фотон с энергией $\varepsilon = 1 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном покоящемся электроне. Найти кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась в 4 раза.

286. Фотон с энергией $E = 0,3 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном электроне. Определить угол рассеяния θ , если энергия рассеянного фотона $E' = 0,25 \text{ МэВ}$.

287. Наблюдаемое изменение длины волны фотона при рассеянии его на электронах в графите равно $\Delta\lambda = 0,0168$. Под каким углом произошло рассеяние?

288. Максимальная скорость фотоэлектронов при фотоэффекте $V_{max} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. Найти значение потенциала φ , при котором фототок прекращается.

289. Изобразить графически зависимость фототока I от напряжения U для:

а) трех значений интенсивности падающего света и постоянной длине волны ($I_1, I_2 = 2I_1, I_3 = 3I_1$);

б.) трех значений частоты ν падающего света ($\nu_3 > \nu_2 > \nu_1$) при постоянной интенсивности падающего света. Дать пояснения с использованием теории фотоэффекта.

290. На медный шарик падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,165 \text{ мкм}$. До какого потенциала зарядится шарик, если работа выхода электрона для меди $A = 4,5 \text{ эВ}$?

291. Пусть электрон заключен в области порядка 1 А. Чему равна неопределенность его импульса? Какой энергии это соответствует? (Это, примерно, энергия связи электрона в атоме).

292 Пусть электрон заключен в области порядка 10^{-12} см. Чему равна неопределенность его импульса? Какой энергии это соответствует? (Эта величина намного превышает ядерную энергию связи, поэтому внутри ядер электронов нет).

293. Частица в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность w обнаружения частицы в первой четверти ящика?

294. Частица находится в бесконечно глубоком, одномерном прямоугольном потенциальном ящике. Найти отношение разности соседних энергетических уровней к энергии частицы в трех случаях:

1) $n = 2$; 2) $n = 5$; 3) $n = \infty$.

295. Электрон находится в бесконечно глубоком, одномерном прямоугольном потенциальном ящике шириной l . В каких точках интервала $0 < x < l$ плотности вероятности нахождения электрона на втором и третьем энергетических уровнях одинаковы. Вычислить плотность вероятности для этих точек.

296. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной $l = 0,1$ нм. Определить в электронвольтах наименьшую разность энергетических, уровней электрона.

297. Частица в бесконечно глубоком, одномерно прямоугольном потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии ($n = 3$). Определить, в каких точках интервала $0 < x < l$ плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значения.

298. Движение частицы в ящике между двумя стенками с координатами $x=0$ и $x=L$ описывается волновой функцией $\psi = A_n \sin k_n x$. Необходимо пронормировать основные состояния волновой функции

299. Для волновой функции задачи №298 вычислить вероятность нахождения частицы в интервале между $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$. Найти среднее значение x .

300. Частица движется в одномерной потенциальной яме между двумя стенками с $x = 0$ и $x = L$. Ее движение описывается волновой функцией (задача №298) с $n = 8$. Вычислить вероятность нахождения частицы в интервале между $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1985.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1973-1979. - Т.1, 2.
3. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. - М.: Наука, 1972-1974. - Т.1, 2.
4. Савельев И.В. Курс физики. - М.: Наука, 1989. - Т.1, 2.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Высш. шк., 1981.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1988.
7. Рубан И.И., Жаврид С.М., Великевич Н.Е., Лагутина Ж.П. Задания к практическим занятиям. - Мн.: Выш. шк., 1989.