Федеральное агентство по образованию

ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики

А.А. Салангин, А.Е. Лукин

МЕХАНИКА. ТЕРМОДИНАМИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА.

Методические указания и контрольные задания
для студентов 1,2 курсов
заочной формы обучения

Псков
Издательство ППИ
2008

УДК 53
ББК 22.3
Ф50

Рекомендовано к изданию научно- методическим советом Псковского государственного политехнического института

Рецензент: к.т.н., доцент В.В. Шевельков.

Аннотация:

Салангин А.А., Лукин А.Е. Механика. Термодинамика. Молекулярная физика. Методические указания для студентов 1,2 курсов заочной формы обучения. – Псков.: Изд-во ППИ, 2008.- 72 с.

В методических указаниях « Физика» рассматриваются методические вопросы изучения механики, молекулярной физики и термодинамики общего курса физики. Приведены программа курса, краткое теоретическое описание ,разобраны примеры решения задач и подобраны контрольные задания для студентов 1,2 курсов заочной формы обучения.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Перед выполнением контрольной работы необходимо ознакомиться с материалом, указанным в рабочей программе, изучить соответствующие разделы рекомендованной учебной литературы. Необходимо иметь ввиду, что формулы и основные положения, приведенные в данном пособии, носят справочный характер. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к преподавателю на кафедру физики ППИ. В период подготовки к выполнению контрольных работ и самопроверки рекомендуется решение задач из любого из рекомендованных сборников задач по курсу общей физики. Контрольная работа сдается на проверку не позднее, чем за месяц до начала экзаменационной сессии.
2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по последней цифре номера персональной зачетной книжки.
3. Контрольные работы нужно выполнять черными или синими чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести необходимые сведения по следующему образцу:

Студент________________________ факультета ППИ
Ф. И. О.____
Шифр специальности ________ Группа ___________
Адрес: г. __________, ул. ________ дом ___, кв. ___
Контрольная работа № __ по физике, вариант ___.

4. **Условия задач в контрольной работе необходимо переписывать полностью**, **без сокращений**. **Для замечаний преподавателя и работы над ошибками оставлять чистой страницу**. **Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы**.
5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики и решении задач (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог выяснить, откуда появилась та или иная формула, используемая при решении задачи, правильность ее понимания студентом, или указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы. Табличные значения физических величин, необходимых для решения большинства задач, приведены в конце пособия в приложении. Разрешается также использовать табличные значения величин из другой справочной литературы с обязательной ссылкой на нее при оформлении задачи.
6. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными.
7. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

8. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный аккуратно, с помощью чертежных принадлежностей.

9. Решать задачу надо в **общем виде**, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

10. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах системы СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения величин с одинаковой размерностью, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

11. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 4630 надо записать $4{,}63 \cdot 10^3$, вместо 0,00532 записать $5{,}32 \cdot 10^{-3}$ и т.п.

12. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с количеством значащих цифр после запятой соответствующих используемому при расчетах числу с наименьшим количеством значащих цифр после запятой. Это относится и к случаю, когда расчеты проводятся с применением калькуляторов, которые имеют большое количество разрядов.

Программа теоретического минимума
по механике, молекулярной физике и термодинамике
общего курса физики

Механика

Кинематика

Кинематика материальной точки. Способы описания движения: векторный, координатный. Траектория движения, пройденный путь, вектор перемещения.

Линейная скорость (средняя и мгновенная) как векторная величина. Среднее и мгновенное значение модуля вектора скорости. Вычисление пройденного пути, его графическое представление. Линейное ускорение как векторная величина. Нормальное, тангенциальное и полное ускорения.

Формулы кинематики равнопеременного поступательного движения: зависимость радиус-вектора от времени, зависимость скорости от времени.

Кинематика вращательного движения по окружности. Вектор угловой скорости (его направление и модуль). Период обращения и частота при равномерном вращении, их связь с угловой скоростью. Вектор угловой скорости и углового ускорения (направление и модуль). Связь между линейной и угловой скоростью, линейным и угловым ускорением.

Формулы кинематики равнопеременного движения материальной точки по окружности (по аналогии с соответствующими формулами поступательного движения).

Формулы кинематики равнопеременного вращательного движения: зависимость угла поворота от времени, зависимость угловой скорости от времени.

Динамика

Законы динамики материальной точки. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Второй закон Ньютона. Сила как мера взаимодействия тел. Масса как мера инертности тела. Принцип суперпозиции сил. Единица силы в системе СИ, ее определение. Примеры сил: гравитационная, упругости, трения. Третий закон Ньютона, примеры его применения.

Закон всемирного тяготения для системы материальных точек.

Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея для координат и скоростей.

Импульс. Элементарный импульс силы как элементарное приращение импульса. Второй закон Ньютона в импульсной форме.

Импульс системы материальных точек. Центр масс. Основное уравнение динамики системы. Скорость и ускорение центра масс системы. Определение замкнутой механической системы . Закон сохранения импульса.

Работа и мощность. Элементарная механическая работа. Полная механическая работа, ее графическое представление. Примеры вычисления работы сил тяжести, упругости, трения. Средняя и мгновенная мощности. Единицы работы и мощности в системе СИ.

Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальное поле сил, его определение. Примеры: поле силы тяжести и поле центральных сил. Примеры неконсервативных сил: трение скольжения, сила сопротивления среды.

Кинетическая и потенциальная энергия. Полная механическая энергия. Связь изменения полной механической энергии с работой неконсервативных сил. Закон сохранения полной механической энергии. Центральный удар шаров: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Неинерциальные системы отсчета. Второй закон Ньютона в неинерциальных системах отсчета. Силы инерции: поступательная и центробежная.

Динамика вращения твердого тела. Момент силы относительно неподвижной оси . Направление вектора момента силы. Пара сил, момент пары сил. Вектор момента импульса. Примеры определения направления момента импульса. Момент инерции тела: определение и примеры для сравнительного анализа момента инерции различных модельных систем (кольцо, диск, шар, стержень). Теорема Штейнера, пример ее применения. Основной закон динамики вращательного движения твердого тела в векторной форме, его аналогия со вторым законом Ньютона для поступательного движения тела. Закон сохранения момента импульса.

Кинетическая энергия вращательного движения твердого тела. Примеры расчета кинетической энергии твердого тела при его одновременном поступательном и вращательном движении.

Специальная теория относительности

Постулаты специальной теории относительности: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света. Формулы Лоренца для преобразований координат и времени при переходе от одной инерциальной системы к другой. Преобразование скоростей в релятивистской механике. Преобразование длин отрезков и промежутков времени. Пространственно-временной интервал (интервал между событиями).

Элементы релятивистской динамики. Релятивистское выражение для импульса. Релятивистское уравнение динамики МТ. Релятивистское выражение для энергии. Связь между энергией покоя и массой.

Элементы механики сплошных сред

Идеальная и вязкая жидкость. Гидростатика несжимаемой жидкости. Законы Паскаля и Архимеда. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли.

Колебания и волны

Уравнение гармонического колебания и его основные параметры. Колебание груза под действием упругой силы. Энергия гармонического колебания. Физический и математический маятники. Приведенная длина и центр качания физического маятника. Уравнение затухающих гармонических колебаний. Декремент затухания. Действие периодической силы на затухающий гармонический осциллятор. Резонанс. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и направления. Векторная диаграмма. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и взаимно перпендикулярного направления. Фигуры Лиссажу.

Уравнение плоской гармонической волны и ее основные параметры: длина волны; волновое число; фазовая скорость волны. Продольные и поперечные волны. Скорость звука в газах. Групповая скорость волны. Громкость и высота тона звука. Эффект Доплера.

Молекулярная физика и термодинамика

Общие положения. Предмет изучения и различия в подходе (термодинамический и статистический методы). Основные положения молекулярно-кинетической теории. Количество вещества, молярная масса. Число Авогадро. Термодинамические параметры системы (температура, объем, давление). Шкалы температур Цельсия и Кельвина, соотношение между ними. Равновесное и неравновесное состояния системы. Равновесный (обратимый) и неравновесный процессы. Круговой процесс.

Первое начало термодинамики. Работа и теплота как способы изменения внутренней энергии. Внутренняя энергия системы, ее определение с точки зрения молекулярной физики и термодинамики. Внутренняя энергия как функция состояния системы. Первое начало термодинамики как отражения закона сохранения энергии. Работа газа при изменении его объема. Графическое представление работы газа. Графическое представление работы газа при циклическом процессе. Теплоёмкость: полная, удельная, молярная.

Идеальный газ, его определение с точки зрения молекулярной физики и термодинамики. Эмпирические газовые законы: Бойля-Мариотта, Шарля и Гей-Люссака для соответствующих изопроцессов. Уравнение состояния идеального газа. Закон Авогадро. Уравнение Клапейрона-Менделеева. Уравнение кинетической теории для давления (основное уравнение молекулярно-кинетической теории). Постоянная Больцмана. Закон Дальтона.

Внутренняя энергия идеального газа. Степени свободы молекул (поступательные, вращательные, колебательные). Распределение энергии молекул по степеням свободы. Средняя кинетическая энергия молекул.
Внутренняя энергия идеального газа, его молярная и удельная теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении.

Физический смысл универсальной газовой постоянной. Уравнение Майера. Адиабатический процесс. Уравнение адиабаты. Показатель адиабаты. Теплоемкости в изотермическом и адиабатическом процессах. Работа идеального газа при изохорическом, изобарическом, изотермическом и адиабатическом процессах.

Тепловые машины, их коэффициент полезного действия. Максимальный коэффициент полезного действия тепловых машин.

Статистические распределения молекул. Понятие функции распределения, условие нормировки. Функция распределения Максвелла по скоростям молекул. Наиболее вероятная, средняя и средняя квадратичная скорости, их зависимость от молярной массы газа и температуры. Барометрическая формула. Зависимость давления на заданной высоте от молярной массы газа и температуры.

Второе начало термодинамики. Понятие энтропии. Энтропия как функция состояния системы. Изменение энтропии как интеграл от приведенного количества теплоты. Возрастание энтропии при необратимом процессе. Энтропия и вероятность состояния системы. Макро- и микросостояния системы. Термодинамическая вероятность. Формула Больцмана. Энтропия идеального газа. Формулировки второго начала термодинамики: неубывание энтропии (энтропийная формулировка); невозможность полного превращения тепла в работу (формулировка Планка-Томсона); невозможность самопроизвольной передачи теплоты от менее нагретого тела более нагретому (формулировка Клаузиуса). Вечные двигатели первого и второго рода.

Агрегатные состояния. Основные агрегатные состояния. Фазовые переходы *I* и *II* рода. Удельная теплота плавления и парообразования.

Элементы физической кинетики. Эффективный диаметр и эффективное сечение молекулы. Средняя длина свободного пробега, ее зависимость от параметров системы. Градиенты скорости, температуры и концентрации. Эмпирические уравнения вязкости, теплопроводности и диффузии.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1,2. М.: Наука, 2005.
2. Антошина Л.Г., Павлов С.В., Скипетрова Л.А. Общая физика. Сборник задач. М.: ИНФРА-М, 2008.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1985.
4. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Федоров М.Ф. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1981.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 2005.
6. Кошкин Н., Васильчикова Е. Элементарная физика. Справочник. М.: АО Столетие, 1996.

Дополнительная

1. Хайкин С.Э. Физические основы механики. М.: Наука, 1971.
2. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976.
3. Телеснин Р.В. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1973.
4. Фейнман Р., Лейтон С. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977, вып. 1-4, 7.
5. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1980.
6. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1981.
7. Чертов А.Г. Единицы физических величин. М.: Высшая школа, 1977.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

§1. Механическое движение

Простейший вид движения материи – это механическое движение.

Определение: *Механическим движением называется движение, состоящее в изменении взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени.*

Определение: *Механикой называется раздел физики, занимающийся изучением законов механического движения.*

В более узком смысле под механикой понимают ньютоновскую или классическую механику, то есть механику, в основе которой лежат законы Ньютона. Классическая механика состоит из трех разделов – статики, кинематики и механики.

Определение: *Статикой называется раздел механики, рассматривающий законы сложения сил и условия равновесия тел.*

Определение: *Кинематикой называется раздел механики, дающий математическое описание всевозможных видов механического движения без выяснения причин движения.*

Определение: *Динамика называется раздел механики, исследующий влияние взаимодействия между телами на их механическое движение.*

Для описания реально движущегося тела в механике пользуются, в зависимости от условий каждой задачи, различными упрощенными моделями: материальная точка, абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело и т.д.

Определение: *Материальной точкой называют тело, форма и размеры которого не существенны в условиях данной задачи.*

При определенных условиях систему тел можно рассматривать как систему материальных точек.

Определение: *Абсолютно твердое тело – это тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь.*

Расстояние между двумя точками твердого тела всегда неизменны. Под твердым телом понимают реальное тело, деформации которого не сказываются на его движении.

Определение: *Абсолютно упругое тело – это тело, деформация которого подчиняется закону Гука.*

После снятия внешних воздействий такое тело полностью восстанавливает свою форму и размеры.

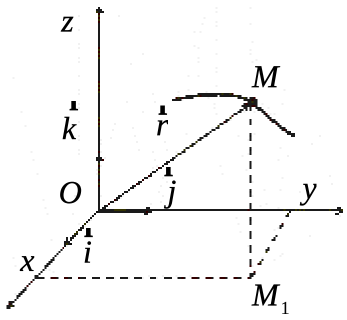
§2. Вектор перемещения точки

Положение тела в пространстве можно определить только по отношению к другим телам.

Определение: *Система отсчета – это совокупность тела отсчета и часов.*

Тело отсчета – абсолютно твердое тело, с которым жестко связана система координат. Наиболее часто используется прямоугольная декартова система координат, в основе которой лежит базис $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Определение: *Радиус-вектор – вектор, направленный из начала координат в текущее положение материальной точки.*



В координатном представлении $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где x, y, z – координаты точки. В общем случае x, y, z являются функциями времени.

M - текущее положение точки.

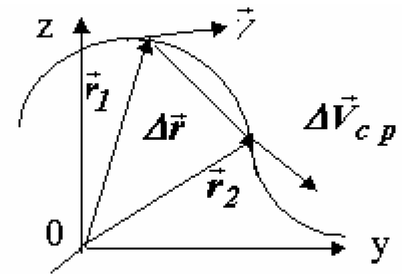
M_1 – проекция точки на плоскость XOY

Движение материальной точки полностью определено, если заданны три непрерывные функции:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t); \end{cases}$$

Данная система уравнений является системой кинематических уравнений движения материальной точки.

Определение: *Траекторией называется линия, описываемая в пространстве движущейся точкой.*



В зависимости от формы траектории различают прямолинейное, вращательное, криволинейное движение точки.

Определение: *Путь - это расстояние, пройденное материальной точкой за рассматриваемый промежуток времени, измеряемое вдоль траектории.*

Длина пути $S = S(t)$ - скалярная функция, $S \geq 0$.

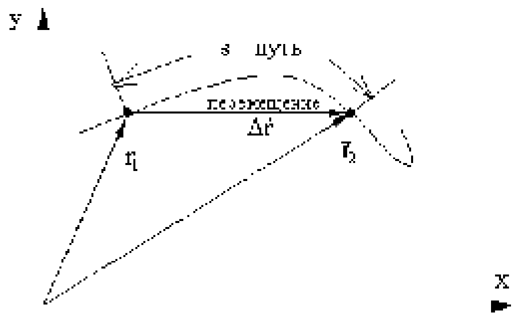
Определение: *Вектор перемещения материальной точки* $D\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ *- это вектор, соединяющий начальное и конечное её положение в рассматриваемые моменты времени. Он равен приращению радиус-вектора за заданный промежуток времени.*

$$D\vec{r} = Dx \cdot \vec{i} + Dy \cdot \vec{j} + Dz \cdot \vec{k},$$

где $Dx = x - x_0$ - изменение координаты x материальной точки,

$Dy = y - y_0$ - изменение координаты y материальной точки,

$\Delta z = z - z_0$ - изменение координаты z материальной точки.



§3. Вектор скорости

Для характеристики быстроты движения вводится понятие скорости.

Определение: *Скоростью точки называется векторная величина, равная производной по времени от радиус-вектора*

$$V = r'(t).$$

Вектор скорости характеризует движение, как по величине, так и по направлению. Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Разложим вектор скорости по базису прямоугольной декартовой системы координат:

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k},$$

где V_x, V_y, V_z проекции вектора скорости на соответствующую ось, которые соответственно равны:

$$\begin{cases} V_x = x'(t) = r_x'(t), \\ V_y = y'(t) = r_y'(t), \\ V_z = z'(t) = r_z'(t); \end{cases}$$

где $r_x(t) = x(t)$ - это иксовая проекция радиус-вектора материальной точки.

Модуль вектора скорости в координатном представлении:

$$V = |\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

Обратные соотношения:

Представим радиус вектор скорости посредством определенного и неопределенного интеграла:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int \vec{V}(t) \cdot dt$$

$$\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{V}(t) \cdot dt$$

где t, t_0 – начальный и конечный момент времени.

Представим пройденный путь через модуль скорости посредством определенного и неопределенного интеграла.

$$S = S_0 + \int V(t) \cdot dt$$

$$S = \int_{t_0}^{t} V(t) \cdot dt$$

§4. Вектор ускорения

Для характеристики быстроты изменения вектора скорости точки в механике вводится понятие ускорения.

Определение: *Ускорение (или мгновенное ускорение) точки называется векторная величина, численно равная первой производной по времени от скорости рассматриваемой точки или, что то же* *самое, вторая производная по времени от радиус-вектора этой точки:*

$$\vec{a} = \vec{V}'(t) = \vec{r}''(t)$$

Разложим вектор ускорения по базису прямоугольной декартовой системы координат:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} = \vec{V}_x'(t) \cdot \vec{i} + \vec{V}_y'(t) \cdot \vec{j} + \vec{V}_z'(t) \cdot \vec{k} = x''(t) \cdot \vec{i} + y''(t) \cdot \vec{j} + z''(t) \cdot \vec{k}$$

где a_x, a_y, a_z – проекции вектора ускорения на ось.

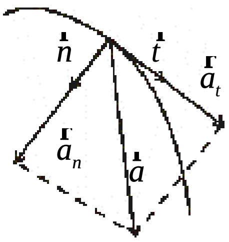
Координатное представление модуля вектора ускорения:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(V_x'(t)\right)^2 + \left(V_y'(t)\right)^2 + \left(V_z'(t)\right)^2} = \sqrt{\left(x''(t)\right)^2 + \left(y''(t)\right)^2 + \left(z''(t)\right)^2}$$

Обратные соотношения:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \int \vec{a}(t) \cdot dt\,; \ \vec{V} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t) \cdot dt$$

Рассмотрим движение материальной точки вдоль плоской кривой. Ускорение всегда направлено внутрь вогнутости кривой или траектории. Введем два единичных вектора: $\vec{t}$, который направлен по касательной к траектории и $\vec{n}$ - направлен перпендикулярно траектории в центр кривой.



$$|\vec{t}| = |\vec{n}| = 1\,; \ \vec{t} \cdot \vec{n} = 0$$

Разложим вектор ускорения по заданным направлениям.

<u>Определение:</u> *Касательное ускорение – векторная величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости по модулю.*

$\vec{a}_t = V'(t) \cdot \vec{t}$ - векторное представление.

$a_t = V'(t)$ - скалярное представление.

<u>Определение:</u> *Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения вектора скорости по направлению и вычисляется по формуле:*

$$\vec{a}_n = \frac{V^2}{R} \cdot \vec{n}\ ,$$

где R- радиус кривизны траектории в точке M.

Если траектория – окружность, то R – радиус окружности.

В скалярном представлении:

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

Полное ускорение направленно в сторону вогнутости траектории $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$.

Модуль полного ускорения равен:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(V'(t)\right)^2 + \frac{V^4}{R^2}}$$

§5. Характеристики вращательного движения

<u>Определение:</u> *Элементарный угол поворота dj- это физическая векторная величина, модуль которой равен центральному углу, возникающему при вращательном движении, направлен по оси вращения по правилу правого винта, начиная в центре окружности.* $[j]=1рад$.

<u>Определение:</u> *Угловая скорость w- это физическая векторная величина, равная первой производной по времени от угла поворота, направленная по той же оси, что и угол поворота по правилу правого винта.* $\bar{w}=\bar{j}\,'(t)$, $[w]=1\dfrac{рад}{c}$

<u>Определение:</u> *Угловое ускорение e- это физическая величина, равная первой производной по времени от угловой скорости, и направлено по той же оси, что и угол поворота, сонаправлено с угловой скоростью при e>0, и противоположно направленно при e<0.* $\bar{e}=\bar{w}\,'(t)=\bar{j}\,''(t)$, $[e]=1\dfrac{рад}{c^2}$

§6. Классификация движения материальной точки

1) $V=const$

а) $a_n=0$, $a_t=0$ - равномерное прямолинейное движение

2) $V\neq const$

$a_n=0$ - прямолинейное движение

а) $a_t=const$ - равнопеременное прямолинейное движение

$\vec{a}_t\uparrow\uparrow\vec{V}_0$ - равноускоренное движение

$\vec{a}_t\uparrow\downarrow\vec{V}_0$ - равнозамедленное движение

б) $a_t\neq const$

$\vec{a}_t\uparrow\uparrow\vec{V}_0$ - ускоренное движение

$\vec{a}_t\uparrow\downarrow\vec{V}_0$ - замедленное движение

3) $V\neq const$, $a_n\neq 0$, $a_t\neq 0$, $R=const$ - движение по окружности с изменяющейся скоростью

а) $\vec{a}_t\uparrow\uparrow\vec{V}_0$ - ускоренное движение по окружности

в) $\vec{a}_t\uparrow\downarrow\vec{V}_0$ - замедленное движение по окружности

Формулы для вычисления кинематических величин в частных случаях.

1. Равномерное прямолинейное движение:

$$\vec{S}=\vec{S}_0+\vec{V}_0\cdot t\,,\quad V=\frac{S}{t}$$

2. Равнопеременное движение:

$$\vec{V}=\vec{V}_0+\vec{a}\cdot t\,;\quad \vec{S}=\vec{S}_0+\vec{V}_0\cdot t+\frac{\vec{a}\cdot t^2}{2};\quad S=\frac{V^2-V_0^2}{2};\ a=\frac{V-V_0}{t};\ x=\frac{V^2-V_0^2}{2\cdot a}$$

3. Равномерное движение по окружности:

$S = \pm S_0 \mp V \cdot t$, - S_0, S – начальная и конечная дуги окружности

$$a_n = \frac{V^2}{R};\quad \bar{\varphi} = \bar{\varphi}_0 + \bar{\omega} \cdot t$$

4. Равнопеременное движение по окружности:

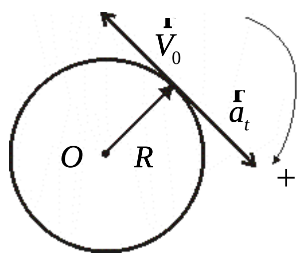
$$S = \pm S_0 \pm V \cdot t \pm \frac{a_\tau \cdot t^2}{2},\ a_\tau = const$$

$$a_n = \frac{V^2}{R},\ V = \pm V_0 \pm a_\tau \cdot t\ ;\ \bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}_0}{t}$$

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot a_\tau};\quad \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \cdot \varepsilon};\ V = \omega \cdot R;\ a_\tau = \varepsilon \cdot R;\ a_n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

Угол, пройденный точкой за n полных оборотов: $\varphi = 2\pi \cdot n$

При решении задачи необходимо выбрать положительное направление вращения (например, по часовой стрелке). Все проекции векторов берутся со знаком плюс, если векторы направлены в сторону положительного вращения.



Пример:

$$S_0 = 0$$

$$S = -V_0 \cdot t + \frac{a_\tau \cdot t^2}{2}$$

$$V = -V_0 + a_\tau \cdot t$$

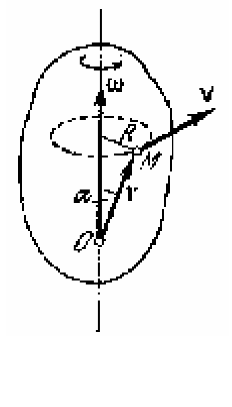
§7. Кинематика твёрдого тела

Любое сложное движение твёрдого тела можно рассматривать как объединение поступательного и вращательного движения.

Определение: *Поступательное движение твёрдого тела - это такое его движение, при котором любая прямая, жёстко связанная с телом, перемещается, оставаясь параллельной своему первоначальному направлению.*

При поступательном движении твёрдого тела все его точки движутся одинаково. Поэтому кинематика рассматриваемого поступательного движения твёрдого тела сводится к изучению движения любой из его точек. Обычно рассматривают движение центра инерции твёрдого тела.

Определение: *Вращательное движение твёрдого тела вокруг неподвижной оси - это такое движение, при котором все его точки движущиеся по окружностям, центры которых находятся на оси..*



При движении по окружности скорость любой точки твёрдого тела вычисляется по формуле:

$$\bar{V} = \bar{\omega} \times \bar{r};\ V = \omega \cdot R$$

Если угловая скорость постоянная, то такое вращение называется *равномерным.* Для равномерного

вращения вводится понятие периода.
Определение: *Периодом вращения называется промежуток времени T, в течении которого тело, равномерно вращаясь с угловой скоростью w, совершает один оборот вокруг оси вращения (поворачивается на угол j =2p).*
Определение: *Циклической частотой называется величина равная полному числу оборотов совершаемых телом за единицу времени.* $n = \frac{1}{T}$, $[n] = 1 Гц$.

Угловая частота связана с циклической частотой соотношением: $w = 2pn$, а с периодом: $w = \frac{2p}{T}$.

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то касательное и нормальное ускорения точки вычисляются по формулам

$$a_t = e \cdot R; \; a_n = w^2 \cdot R$$

§8. Первый закон Ньютона. Инерциальная система отсчёта

Формулировка: *Материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не выведет её из этого состояния.*

Первый закон Ньютона показывает, что сохранение покоя или равномерного и прямолинейного движения не требует для своего поддержания каких-либо внешних воздействий. В этом проявляются особое динамическое свойство тела, называемое их инертностью. Соответственно первый закон Ньютона называют законом инерции, а движение тела в отсутствие воздействий со стороны других движимых по инерции.

Механическое движение относительно: его характеристика для одного и того может быть различна в разных системах отсчёта, движущихся друг относительно друга.

Первый закон Ньютона выполняется не в любой системе отсчёта.
Определение: *Системой отсчёта, по отношению к которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, покоится или движется равномерно и прямолинейно, называется* ***инерциальной*** *системой отсчёта.*

Содержание первого закона Ньютона сводится по существу к двум утверждениям:
во-первых, что все тела обладают свойствами инерции и,
во-вторых, что существуют инерциальные системы отсчёта.

Любые две инерциальные системы отсчёта могут двигаться друг относительно друга только поступательно и при том равномерно и прямолинейно. Экспериментально установлено, что практически инерциальной является гелиоцентрическая система отсчёта, начало координат, которой находится в центре инерции солнечной системы (приближённо в центре Солнца), а оси проведены в направлении трёх удалённых звёзд, выбранных, например, так чтобы оси координат были взаимно перпендикулярны.

<u>Определение:</u> *Лабораторной называется система отсчёта, оси которой жёстко связаны с поверхностью Земли.*

Инерциальная система отсчёта играют особую роль не только в механике, но так же и во всех разделах физики. Это связанно с тем, что, согласно принципу относительности Эйнштейна, математическое выражение любого физического закона должно иметь один и тот же вид во всех инерциальных системах отсчёта.

§9. Сила

<u>Определение:</u> *Силой называют векторную величину, являющуюся мерой механического действия на рассматриваемое тело со стороны других тел. Механическое взаимодействие может осуществляться непосредственно (при контактах тел (трение, давление)), так и между удалёнными телами через физическое поле.*

<u>Определение:</u> *Физическим полем, или просто полем называется особая форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающие с конечной скоростью действия одних частиц на другие.*

Взаимодействие между удалёнными телами осуществляются посредством гравитационных и электромагнитных полей.

Механическое действие на данное тело со стороны других тел проявляется двояко. Оно способно вызвать, во-первых, изменение состояния механического движения рассматриваемого тела, а во-вторых, его деформацию.

Сила полностью определена, если заданы её модуль, направление в пространстве и точка приложения. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется *линией действия силы.*

<u>Определение:</u> *Результирующей силой называется сила, которая равна их векторной сумме нескольких сил:* $\overline{F} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i$.

Если тело абсолютно твёрдое, то действие на него силы не изменится при переносе точки приложения этой силы вдоль линии её действия в пределах тела. Иначе говоря, сила, приложенная к абсолютному твёрдому телу , можно рассматривать как *равнодействующую силу, действие которой эквивалентно одновременному действию на материальную точку нескольких сил.*

<u>Определение:</u> *Тело называется свободным, если на его положение и движение в пространстве не наложено никаких ограничений.*

Все эти ограничения называются *связями.* Связи осуществляются благодаря действию на расстояние тела со стороны других тел, скреплённых или соприкасающихся с ним. Соответствующие силы называются *реакциями связей*, а все остальные силы, действующие на тело,- *активными силами.* В отличие от активных сил, которые в каждой конкретной задаче должны быть заданы, реакции связей заранее неизвестны. Они подлежат определению в ходе решения задачи. Их значения должны быть такими, что бы под совместным действием активной силы реакцией связей “освобождённое” тело совершало такое движение, которое полностью согласуется с ограничениями, накладываемыми связями на рассматриваемое несвободное тело. Никаких других различий между реакциями связей контакта сил нет.

Определение: *Внешними называются тела, не входящие в состав исследуемой механической системы.*

Определение: *Внешними называются силы, действующие на систему со стороны внешних тел.*

Определение: *Внутренними называются силы, взаимодействующие между частями рассматриваемой системы.*

Определение: *Механической системой называют* ***замкнутой****, или изолированной, системой, если она не взаимодействует с внешними телами.*

§10. Масса. Центр инерции. Импульс

Определение: *В классической механике массой материальной точки называется положительная скалярная величина, являющаяся мерой инертности этой точки и определяющая её гравитационное взаимодействие.*

Под действием силы материальная точка изменяет скорость не мгновенно, а постепенно, то есть приобретает конечное по величине ускорение, которое тем меньше, чем больше масса материальной точки.

В классической механике считается, что:

— масса материальной точки не зависит от состояния движения точки; являясь её неизменяемой характеристикой;

— масса величина аддитивная, т.е. масса системы равно сумме масс всех материальных точек, входящих в состав этой системы;

— масса замкнутой системы остаётся неизменной при любых процессах, происходящих в этой системе (закон сохранения массы).

Определение: *Центром инерции, или центром масс, системы материальных точек называется точка С, радиус-вектор которой равен:*

$$\overline{r}_c = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overline{r}_i ,$$

где $m_i, \overline{r}_i$ - масса и радиус-вектор «i-ой» точки, $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ - масса всей системы.

Определение: *Импульсом материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы материи на её скорость.*

Определение: *Импульсом системы материальной точки называется вектор, равный векторной сумме импульса всех материальных точек системы.*

$$p = \sum_{i=1}^{n} \overline{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overline{V}_i$$

§11. Второй закон Ньютона

<u>Формулировка:</u> *В инерциальной системе отсчета скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на неё силе*

$$\overline{p}'(t) = \overline{F}$$

или

В инерциальной системе отсчета ускорение материальной точки совпадает по направлению с действующей на неё силы и равно отношению этой силы к массе материальной точки

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Если на тело действует несколько сил, то под силой необходимо понимать вектор суммы всех действующих сил – как активных, так и реакций связей.

<u>Определение:</u> *Элементарным импульсом силы за малый промежуток времени dt называется векторная величина равная $\overline{F} \cdot dt$.*

<u>Определение:</u> *Импульс силы за конечный промежуток времени называется величина равная $\int\limits_{t_0}^{t} \overline{F}(t)dt$.*

Закон изменения импульса в механике:

Изменение импульса тела равно импульсу силы, действовавшему на это тело.

$$D\overline{p} = \int\limits_{t_0}^{t} \overline{F}(t) \cdot dt$$

<u>Принцип независимости действия сил:</u>

Если на материальную точку действуют одновременно несколько сил, то её ускорение:

$$\overline{a} = \frac{\overline{F}}{m} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\overline{F}}{m} = \sum_{i=1}^{n} \overline{a}_i$$

Формулировка: *Каждая из одновременно действующих на материальную точку сил сообщает ей такое ускорение, как если бы других сил не было.*

§12. Третий закон Ньютона

Механическое воздействие тел друг на друга носит характер их взаимодействия.

<u>Формулировка:</u> *В инерциальной системе отсчета две материальные точки действуют друг на друга с силами, которые численно равны и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющие эти точки и имеют одинаковую физическую природу.*

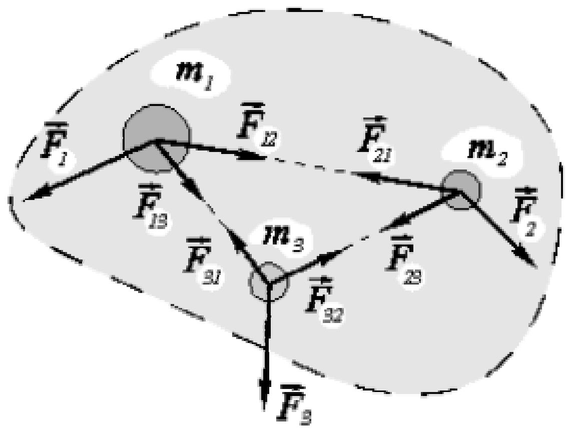
Если $\overline{F}_{ik}$ - сила, действующая на i-ю материальную точку со стороны k-ой, а $\overline{F}_{ki}$ - на k-ую со стороны i-ой, то согласно третьему закону Ньютона: $\overline{F}_{ki} = -\overline{F}_{ik}$.

Третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике произвольной механической системы. Из него следует, что в любой механической системе векторная сумма всех внутренних сил равна нулю.

<u>Определение:</u> *Главный вектор внешних сил называется вектор, равный вектору суммы всех внешних сил, действующих на механическую систему.*

$$\overline{F}^{e}=\sum_{i=1}^{n}\overline{F}_{i}^{e} \quad ,$$

где $\overline{F}_{i}^{e}$ - результирующая внешних сил, приложенных к i-ой точке.



§13. Закон движения центра инерции

Из второго и третьего закона Ньютона следует, что первая производная по времени от импульса механической системы равна главному вектору внешних сил, приложенных к системе

$$\overline{p}'(t)=\overline{F}^{e}$$

- это закон изменения импульса системы.

Импульс механической системы можно представить $\overline{p}=m\cdot\overline{V}_{c}$, где m – масса всей системы, $\overline{V}_{c}$- скорость движения центра инерции механической системы.

Если масса механической системы постоянна, то $\overline{p}'(t)=\left(m\cdot\overline{V}(t)\right)'=m\cdot\overline{V}_{c}'(t)=m\cdot\overline{a}_{c}$, тогда закон изменения импульса примет вид

$$m\cdot\overline{a}_{c}=\overline{F}^{e}$$

- закон движения центра инерции механической системы.

Таким образом, центр инерции механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равна главному вектору внешних сил, приложенных к системе.

§14. Закон сохранения импульса

<u>Формулировка:</u> *Импульс замкнутой механической системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.*

Этот фундаментальный закон физики связан со свойством симметрии пространства - его однородностью, которое заключается в том, что физические свойства замкнутой системы и законы её движения *не зависимы* от выбора положения начала координат системы отсчёта.

Из закона сохранения импульса следует, что при любых процессах происходящих в замкнутой системе скорость её центра инерции есть постоянный вектор. Замкнутых механических систем не существует в природе, но не смотря на это в ряде случаев законом сохранения импульса можно пользоваться и здесь:

— если сумма всех внешних сил равна нулю;
— если удаётся найти такое направление, на которое проекция всех внешних сил в сумме дают ноль. Тогда для этой оси можно использовать закон сохранения импульса;
— если рассматриваются быстро текущие процессы: взрыв, удар, выстрел, …и т.п.

§15. Механическая работа

<u>Определение:</u> *Энергией называется скалярная физическая величина, являющаяся общей мерой различия форм движения материи, рассматриваемых в физике.*

Энергия системы количественно характеризует последнюю в отношении возможных в ней превращений движения. Эти превращения происходят благодаря взаимодействию частей системы как друг с другом, так и с внешними телами. Для анализа качественно различных форм движения и соответствующих им взаимодействий в физике вводят различные виды (формы) энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную и т. д.

Изменение механического движения тела вызывается силовыми действиями на него со стороны других тел. Для количественного описания изменения энергии у тел и обмена энергией между телами вводится понятие работы.

<u>Определение:</u> *Работа называется скалярная физическая величина, являющаяся мерой изменения и видоизменения энергии тела.*

<u>Определение:</u> *Элементарной работой силы называется скалярная величина равная произведению силы на перемещение точки её приложения:*

$$d A = \overline{F} \cdot d\overline{r}$$

d вместо d используется, когда бесконечно малые значения величины не являются полным дифференциалом, с точки зрения физики интеграл по замкнутой траектории от этой величины всегда отличен от нуля.

В декартовых прямоугольных координатах: $d A = F_x \cdot d_x + F_y \cdot d_y + F_z \cdot d_z$

Если воспользоваться соотношением $d\overline{r} = \overline{V} \cdot dt$ (где V – скорость перемещения точки приложения силы в данный момент времени), то $dA = \overline{F} \cdot \overline{V} \cdot dt$

$$dA = \left(F_x \cdot V_x + F_y \cdot V_y + F_z \cdot V_z\right) dt$$

Если воспользоваться длиной траектории за бесконечно малый промежуток времени, то $dA = F \cdot dS \cdot \cos a = F_t \cdot dS$

<u>Определение:</u> *Сила называется движущей, если* $F_t > 0$, *так что* $dA > 0$

<u>Определение:</u> *Сила называется тормозящей, если* $F_t < 0$, $dA < 0$

Элементарная работа всех сил действующих на систему вычисляется по формуле: $dA = \sum_{i=1}^{n} dA_i = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i \cdot d\overline{r} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i \cdot \overline{V}_i \cdot dt$

<u>Определение:</u> *Работа, совершаемая силой на конкретном участке траектории точки её приложения, равна алгебраической сумме элементарных работ на всех малых частях этого участка траектории, т.е.*

$$A = \int_L \overline{F} \cdot d\overline{r} = \int_0^L F_t \cdot dS, \ L \text{ – длина траектории.}$$

Графически работа силы равна площади криволинейной трапеции.

<u>Определение:</u> *Потенциальными называют такие силы, работы которых зависят от начального и конечного положения их точек приложения и не зависят ни от формы траектории между этими положениями, ни от законов движения по этим траекториям.*

В механике потенциальными являются: сила всемирного тяготения, её частный случай – сила тяжести и сила упругости. Работа потенциальной силы вдоль любой замкнутой траектории всегда равна нулю.

<u>Определение:</u> *Диссипативной силой называется сила, суммарная работа которой при любых перемещениях замкнутой системы всегда отрицательная.*

К диссипативным силам относятся все виды сил трения и сопротивления. Диссипативные силы зависят не только от взаимного расположения тел, но также от их относительных скоростей.

Значительная зависимость от относительных скоростей наблюдается у сил сопротивления. Например, сила сопротивления, которую оказывает атмосферный воздух движению тела:

— при скоростях много меньших скорости звука: $F_c = a \cdot V$;

— при скоростях близких к скорости звука: $F_c = b \cdot V^2$;

— при скоростях выше скорости звука: $F_c = g \cdot V^3$.

<u>Определение:</u> *Гироскопической называется сила, зависящая от скорости материальной точки на которую она действует и направлена ортогонально к этой скорости.*

Работа любой гироскопической силы всегда равна нулю, т.к. эта сила не изменяет численного значения скорости, а изменяет только направление. Сила Лоренца – гироскопическая сила. Сила натяжения нити, связывающей тело и неподвижную ось, вокруг которого движется тело – гироскопическая сила.

Определение: *Механическая система называется консервативной, если в ней все внутренние силы потенциальны, а внешние потенциальные и стационарные.*

Определение: *Мощностью или мгновенной мощностью называется скалярная физическая величина равная первой производной по времени от механической работы.* $P = A'(t)$.

Для любого поступательного движения тела мощность вычисляется по формуле: $P = \overline{F} \cdot \overline{V}$,

где $\overline{F}$ и $\overline{V}$ - это значения силы и скорости в данный момент времени.

Если механическая работа является величиной постоянной, то мощность: $P = \dfrac{A}{t}$

§16. Кинетическая энергия

Определение: *Кинетической энергией тела называется энергия его движения*

$$W_{кин.} = \frac{m \cdot V^2}{2}.$$

Запишем уравнение движения материальной точки:

$$m \cdot \vec{V}'(t) = \vec{F}$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила. Умножим уравнение движения скалярно на $\vec{V} \cdot dt$, тогда

$$m \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} = \vec{F} \cdot \vec{V} \cdot dt$$

В правой части уравнения мы получили элементарную работу $\vec{F} \cdot \vec{V} \cdot dt = \vec{F} \cdot d\vec{r} = dA$, в левой — выражение, которое можно преобразовать к виду полного дифференциала:

$$m \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} = \frac{m}{2} \cdot d\left(\vec{V}^2\right) = d\left(\frac{m \cdot \vec{V}^2}{2}\right)$$

В результате имеем $dA = d\left(\dfrac{m \cdot \vec{V}^2}{2}\right)$, т.е. элементарная работа, совершенная силой $\vec{F}$, равна приращению величины кинетической энергии $\dfrac{m \cdot V^2}{2}$. При отрицательной работе силы кинетическая энергия тела убывает: энергия расходуется на преодоление действующей силы.

§17. Потенциальная энергия

Определение: *Потенциальной энергией называется часть энергии механической системы, зависящей только от её конфигурации, т.е. от* *взаимного расположения всех частиц системы и, от расположения во внешнем потенциальном поле.*

Убыль потенциальной энергии при перемещении системы из произвольного положения «1» в другое положение «2» измеряется той работой A_{12} , которую совершают при этом все потенциальные: внутренние и внешние, силы, действующие на систему:

$U(1) - U(2) = A_{12}$ или $DU = -A_{12}$,

где $DU = U(2) - U(1)$ – изменения потенциальной энергии механической системы,

$U(1)$, $U(2)$ – значения потенциальной энергии механической системы в положениях «1» и «2».

Соответственно, работа потенциальных сил при малом изменении конфигурации системы – $dA = - dU$.

Данные соотношения справедливы для случая стационарного (не зависящего от времени) внешнего потенциального поля. Для простейшего случая, нахождения материальной точки во внешнем потенциальном поле, сила с которой это поле действует на точку, вычисляется по формуле:

$$\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}} = -gradU = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\cdot\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\cdot\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\cdot\vec{k}\right),$$

где $\frac{dU}{d\vec{r}} = gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\cdot\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\cdot\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\cdot\vec{k}$ – называется градиентом скалярной функции (в данном случае – потенциальной энергии). Градиент – это векторная величина, направленная в сторону наибольшего роста функции U. В приведённой формуле фигурирует знак «–», который указывает, что сила направлена в сторону убыли значений функции U.

Обратное соотношение, позволяющее по известному выражению потенциальной силы, вычислить значение потенциальной энергии, очевидно,

$$U = -\int_1^2 \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r}\,.$$

§18. Закон сохранения механической энергии

<u>Определение:</u> *Механической энергией, или полной механической энергией, называется энергия механического движения и взаимодействия.*

<u>Формулировка</u>*: Механическая энергия консервативной системы тел сохраняется.*

Закон сохранения механической энергии связан с однородностью времени. Это свойство времени проявляется в том, что законы движения замкнутой системы, находящейся во внешнем поле не зависят от выбора начала отсчёта времени.

Действие диссипативных сил, например, силы трения, приводит к постепенному уменьшению механической энергии замкнутой системы. Этот процесс называется диссипацией энергии.

Определение: *Диссипативной называется система, механическая энергия которой непрерывно уменьшается с течением времени.*

При диссипации происходит преобразование механической энергии системы в другие виды энергии.

§19. Столкновение тел

Рассмотрим совместное использование законов сохранения импульса и энергии при изучении соударения двух тел. Для начала приведём необходимые определения для данного типа взаимодействия тел.

Определение: *Ударом называется столкновение тел, при котором за весьма короткий промежуток времени происходят значительные изменения скоростей сталкивающихся тел.*

Определение: *Линией удара называется общая нормаль, проведённая к поверхностям двух соударяющихся тел в месте их соприкосновения при ударе.*

Определение: *Удар называется центральным, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры инерции.*

Определение: *Удар называется прямым, если скорости центров инерции сталкивающихся тел перед ударом направлены параллельно линии удара.*

В противном случае, удар называется *косым.*

При столкновении тела претерпевают деформацию и вместе их соприкосновения возникают кратковременные, но значительные по величине силы – *ударные силы.* Эти силы являются внутренними и следовательно не изменяют суммарный импульс системы. При этом кинетическая энергия, которой обладали тела перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел. Увеличение внутренней энергии тел приводит к повышению их температуры. Существует два предельных типа удара: *абсолютно упругий и абсолютно неупругий.*

Определение: *Удар двух тел называется абсолютно неупругим, если после удара оба тела движутся как одно единое целое.*

Абсолютно неупругий удар характеризуется тем, что потенциальной энергии деформации не возникает: кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию. После такого удара столкнувшиеся тела соединяются воедино и либо движутся с одинаковой скоростью, либо покоятся. При абсолютно неупругом ударе выполняется лишь закон сохранения импульса, закон же сохранения механической энергии не соблюдается: имеет место закон сохранения суммарной энергии – механической и внутренней.

Начальные скорости шаров: $\vec{V}_{10}$ и $\vec{V}_{20}$, а их массы: m_1 и m_2 ; конечная скорость шаров – $\vec{U}$. При соударении выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{V}_{10} + m_2\vec{V}_{20} = (m_1 + m_2)\vec{U}$$

Откуда $\vec{U} = \dfrac{m_1\vec{V}_{10} + m_2\vec{V}_{20}}{m_1 + m_2}$.

Как и следовало ожидать, соединившиеся шары после соударения продолжают двигаться со скоростью центра масс системы до соударения. Энергия, перешедшая при этом во внутреннюю энергию шаров, равна разности кинетических энергий до и после соударения:

$$Q = \frac{m_1 \cdot V_{10}{}^2}{2} + \frac{m_2 \cdot V_{20}{}^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)U^2}{2}.$$

Начальная кинетическая энергия системы: $W_{к.0} = \dfrac{m_1 \cdot V_{10}{}^2}{2} + \dfrac{m_2 \cdot V_{20}{}^2}{2}$.

Определим долю начальной кинетической энергии ушедшей во внутреннюю энергию:

$$\frac{Q}{W_{к.0}} = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot \left(V_{10} - V_{20}\right)^2}{\left(m_1 \cdot V_{10}{}^2 + m_2 \cdot V_{20}{}^2\right) \cdot \left(m_1 + m_2\right)}.$$

Если 2-ой шар до соударения покоился, то

$$\frac{Q}{W_{к.0}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Определение: *Абсолютно упругим называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие виды энергии.*

При таком ударе кинетическая энергия переходит полностью или частично в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга, и тела разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяются двумя условиями — сохранением полной энергии и сохранением полного импульса системы двух тел. Ограничимся случаем центрального удара двух однородных шаров. Шары рассматриваем как материальные точки, т.е. пренебрегаем их возможным вращением. Как и в предыдущем случае, пренебрежем также трением о поверхность, по которой движутся шары. Напишем уравнения сохранения энергии и импульса. В рассматриваемом случае центрального удара скорости шаров после удара будут направлены вдоль той же прямой, по которой двигались центры шаров перед ударом. Поэтому векторы скоростей можно заменить их проекциями на линию соударения:

$$\frac{m_1V_{10}^2}{2} + \frac{m_2V_{20}^2}{2} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}$$

$$m_1V_{10} + m_2V_{20} = m_1V_1 + m_2V_2$$

где m_1 и m_2 — массы шаров, V_{10} и V_{20} – скорости шаров до удара и, V_1 и V_2 — скорости шаров после удара (скорости понимаются в алгебраическом смысле: знак указывает направление движения вдоль линии соударения). Из уравнений охранения энергии и импульса получим

$$V_1 = \frac{2m_2V_{20} + (m_1 - m_2)V_{10}}{m_1 + m_2},$$

$$V_2 = \frac{2m_1V_{10} + (m_2 - m_1)V_{20}}{m_1 + m_2}.$$

Проведем анализ полученных соотношений.

1.Если второй шар первоначально покоился: $V_{20} = 0$, то после соударения скорости шаров задаются соотношениями

$$V_1 = \frac{(m_1 - m_2)V_{10}}{m_1 + m_2}, \quad V_2 = \frac{2m_1V_{10}}{m_1 + m_2}.$$

Знак у скорости V_2 совпадает со знаком V_{10} : покоившийся шар обязательно начнет двигаться в направлении движения налетающего шара. Знак скорости V_1 зависит от соотношения масс шаров: если покоившийся шар более массивен, то налетавший отскочит в обратном направлении, если более массивен налетающий шар, он продолжит движение в том же направлении. При равенстве масс налетающий шар остановится.

§20. Момент силы и момент импульса

Для характеристики внешнего механического воздействия на тело, приводящего к изменению его вращательного движения, вводится понятие *момента силы.*

Определение: *Моментом силы относительно неподвижной оси называется скалярная величина, равная проекции на эту ось момента силы относительно произвольной точки данной оси.*

В частном случае вращательного движения точки по окружности, момент силы, лежащей в плоскости вращения, равен $M = F \cdot r \cdot \sin a$, где a – угол между радиусом окружности и силой (предполагается, что точка приложения силы совпадает с местоположением вращающейся точки). Если же сила находится под углом к плоскости вращения, то её момент относительно неподвижной оси равен $M = F \cdot r \cdot \sin a \cdot \cos j$, где j - угол наклона силы к плоскости вращения. Если вращение происходит по окружности и сила является касательной, то её момент относительно неподвижной оси равен $M = F \cdot r$.

Определение: *Главный момент (результирующий момент) относительно неподвижной оси системы сил равен алгебраической сумме моментов относительно этой оси всех сил системы*, т.е. $M = \sum_{i=1}^{n} M_i$.

Определение: *Моментом импульса материальной точки относительно неподвижной оси называется скалярная величина, равная проекции на эту ось момента импульса этой точки* *относительно произвольной точки данной оси.*

Определение: *Моментом импульса системы материальных точек относительно неподвижной оси называется скалярная величина, равная проекции на эту ось момента импульса системы относительно произвольной точки данной оси.*

В частном случае вращательного движения точки по окружности, момент её импульса равен:

$L = m \cdot r \cdot V \cdot \sin a$, где a – угол между радиусом окружности и скоростью.

Момент импульса характеризует интенсивность вращательного движения.

§21. Момент инерции

Определение: *Моментом инерции материальной точки относительно неподвижной оси называется скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертности этой точки при вращательном движении и, равная произведению её массы на квадрат расстояния до оси,* т.е. $I = m \cdot R^2$, а также $I = \frac{L}{w}$, где w - угловая скорость тела относительно данной оси, L*-момент импульса.*

Определение: *Момент инерции системы материальных точек относительно неподвижной оси равен алгебраической сумме произведений масс всех материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси,* т.е. $I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R_i^2$.

Физический смысл момента инерции: Инерционные свойства при поступательном движении характеризуются только массой тела, т.е. зависит только от массы. Инерционные свойства при вращательном движении характеризуются моментом инерции, т.е. зависят от его массы, расстояния до оси вращения и расположению теда по отношению к этой оси. Последнее означает, что относительно двух разных осей инерционные свойства вращательного движения одного и того же движения тела будут разными. Пример.

Теорема Штейнера: *Момент инерции тела относительно произвольной оси вращения равен сумме момента инерции* I_0 *относительно параллельной оси, проходящей через центр инерции тела, и величины произведения массы тела на квадрат расстояния между ними*

$$I = I_0 + md^2 ,$$

где m *- масса тела,* d *- расстояние от центра инерции тела до выбранной оси вращения.*

Пример. Вычислим момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей через его край перпендикулярно стержню.

Расстояние до оси, проходящей через центр масс, равно $\frac{l}{2}$. По теореме Штейнера получаем

$$I = \frac{ml^2}{12} + m(\frac{l}{2})^2 = \frac{ml^2}{3} \ .$$

§22. Основной закон динамики вращательного движения

<u>Формулировка:</u> *Скорость изменения момента импульса относительно неподвижной оси равна проекции на эту ось момента*

$$L_z'(t) = M_z$$

В данном случае момент импульса легко выразить через угловую скорость и момент инерции тела относительно рассматриваемой оси: $L = I \cdot w$. Тогда основной закон динамики вращательного движения примет вид:

$$I \cdot \frac{dw}{dt} = M \ .$$

Элементарная работа, совершаемая моментом силы, при вращательном движении относительно неподвижной оси вычисляется по формуле: $dA = M \cdot dj$ (*). Полная работа

$$A = \int_0^j M(j) \cdot dj \ .$$

Если $M = const$, то $A = M \cdot j$.

На основании формулы (*), получим выражение для кинетической энергии вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси. Т.к. $I \cdot \frac{dw}{dt} = M$ *и* $dj = w \cdot dt$, то $dA = dW_{к.вр.} = I \cdot w \cdot dw$. После интегрирования, получим для кинетической энергии вращательного движения относительно неподвижной оси

$$W_{к.вр.} = \frac{I \cdot w^2}{2} .$$

§23. Закон сохранения момента импульса

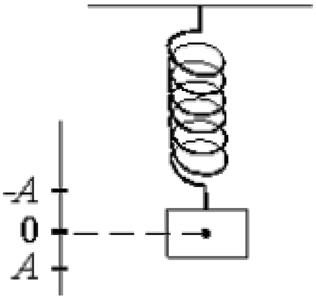
<u>Формулировка:</u> *Момент импульса замкнутой системы тел сохраняется.*

В частном случае вращения относительно неподвижной оси, имеем:

$$J_1 \cdot w_1 = J_2 \cdot w_2 ,$$

где J_1, w_1 – начальные момент инерции и угловая скорость тела относительно рассматриваемой оси, а J_2, w_2 – конечные момент инерции и угловая скорость тела относительно рассматриваемой оси.

§24. Колебания



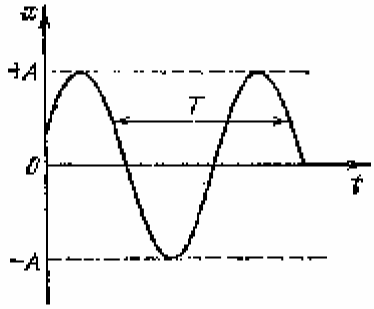


График гармонического колебания T – период, A- амплитуда колебания.

<u>Определение:</u> *Колебаниями называются движения, характеризующиеся повторяемостью через равные промежутки времени.*

Время *T*, через которое происходит повторение движения, называется периодом колебаний. Примеры колебательных движений: движения маятника, груза на пружине, поршня в двигателе внутреннего движения и т.п. Колебания, которые можно описать с помощью функций *Sin* или *Cos* называются гармоническими. Уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$x = A \cdot Sin\left(wt + j\right).$$

Здесь *x* – отклонение колеблющегося тела от положения равновесия в момент времени *t*, *A* – амплитуда колебаний, т.е. максимальное отклонение, колеблющейся точки от положения равновесия, *w* – круговая частота, равная $2\pi/\mathrm{T}$, *j* – начальная фаза колебаний.

Скорость и ускорение точки, совершающей колебания, определяются соотношениями

$$u = \frac{dx}{dt} = wA\cos(wt + j),$$

$$a = \frac{du}{dt} = -Aw^2 \sin(wt + j).$$

Сила, под действием которой точка массой *m* совершает гармоническое колебание,

$$F = ma = -mw^2 A\sin(wt + j) = -mw^2 x.$$

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки имеют вид

$$W_k = \frac{mu^2}{2} = mw^2 A^2 \cos^2(wt + j),$$

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = kw^2 A^2 \sin^2(wt + j),$$

где $k = mw^2$ - жесткость пружины.

Термодинамика и молекулярная физика

§25. Предмет молекулярной физики и термодинамики

Определение: *Молекулярной физикой называется раздел физики изучающий зависимости строения и физических свойств тел от характера движения и взаимодействия между частицами, из которых состоят тела.*

Молекулярная физика основывается на молекулярно-кинетической теории строения вещества, согласно которой все тела состоят из мельчайших частиц (атомы, молекулы, ионы), которые находятся в некотором хаотическом движении.

Определение: *Термодинамикой называется раздел физики, изучающий различные превращения энергии в системе.*

При исследовании макроскопических систем используются статистический, динамический и термодинамический методы исследования.

Определение: *Статистическим называется метод, основанный на использовании теории вероятности и определённых моделей строения вещества.*

Определение: *Статистической физикой называется раздел физики, изучающий свойства вещества с помощью статистического метода.*

В совокупном поведении огромного числа частиц появляются особые закономерности, которые называются статистическими. Эти закономерности проявляются в том, что существует среднее значение физических величин, которые характеризуют движение и взаимодействие всей совокупности частиц системы. Например, у газов это средняя скорость движения молекул, у твёрдых тел средняя энергия приходящаяся на одну степень свободы колебаний частицы.

Определение: *Динамическим называется метод, с помощью которого изучаются законы движения отдельной частицы.*

С помощью динамического метода исследования устанавливаются динамические закономерности. Связь между динамическими и статистическими закономерностями проявляются в том, что законы движения отдельной частицы влияют на свойства систем изучаемых статистическим методом.

Определение: *При термодинамическом исследовании макроскопическая система предполагается неделимой. Термодинамика исследует физические свойства систем исходя из условий различных превращений энергии и соотношения между разными видами энергий на основе трех эмпирических законов (начал).*

§26. Основные понятия термодинамики

Определение: *Термодинамической системой называется совокупность макроскопических объектов: тел и полей, которые могут обмениваться энергией как друг с другом, так и с внешней средой.*

Для описания состояния термодинамической системы вводятся термодинамические величины, которые называются термодинамическими параметрами состояния системы: *P*, *V*, *T*, и т. д.

<u>Определение:</u> *Равновесное состояние (состояние термодинамического равновесия) называется состояние системы, не изменяющееся с течением времени (стационарное состояние) и независящее от процессов, происходящих во внешней среде.*

Равновесное состояние устанавливается в системе при постоянных внешних условиях и сохраняется в системе произвольно долгое время. Во всех частях термодинамической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, температура одинакова.

<u>Определение:</u> *Температура равновесной системы является мерой интенсивности теплового движения её молекул.*

Температуру можно измерить только косвенным путём, основываясь на том факте, что целый ряд физических свойств тел, поддающихся прямому или косвенному измерению, зависят от температуры – это длина, объём, сопротивление, удельное сопротивление, упругие и пластичные свойства и т. д. Измерения любых из этих свойств может быть основой измерения температуры. Для этого необходимо, чтобы для тела, названного термометрическим телом, была известна функциональная зависимость данного свойства от температуры. Температурные шкалы, устанавливаемые с помощью термометрического тела, называют эмпирическими.

Международная стоградусная шкала (шкала Цельсия), в которой в качестве двух основных точек выбраны температуры кипения воды и плавления льда.

В подавляющем большинстве физических законов используется а*бсолютная шкала температур (шкала Кельвина).*

Связь между этими шкалами выражается соотношением: $T = 273{,}15 + t^0$.
Параметры системы разделяются на *внешние* и *внутренние.*

<u>Определение:</u> *Внешними параметрами системы называется физические величины, зависящие от положения и свойств тел, являющихся внешними по отношению к данной системе.*

Пример: газ в сосуде – *V* (объём) внешний параметр.

<u>Определение:</u> *Внутренними параметрами системы называется физические величины, зависящие как от положения внешних по отношению к системе тел, так и от координат и скоростей частиц, образующих данную систему.*

Пример: для газа – *P* (давление) и *U* (внутренняя энергия).

Параметры состояния равновесной системы не являются независимыми, так как они зависят от внешних параметров и температуры.

<u>Определение:</u> *Уравнением состояния простой системы называется функциональная зависимость равновесного давления в системе от объёма и температуры, то есть* $P = f(V,T)$.

В термодинамике уравнение состояния получают опытным путём, а в молекулярной физике – теоретически. В этом состоит взаимосвязь между статистическими и термодинамическими методами.

<u>Определение:</u> *Термодинамическим процессом называется процесс, при*

котором изменяется хотя бы один из внешних параметров системы.

Определение: *Термодинамический процесс называется равновесным, если система бесконечно медленно проходит непрерывный ряд бесконечно близких равновесных состояний.*

Остальные процессы не равновесны.

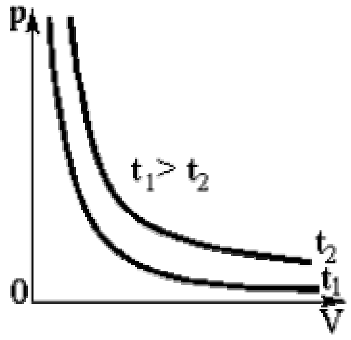
Пример равновесного процесса: крайне медленное изотермическое сжатие газа поршнем, находящемся в цилиндре.

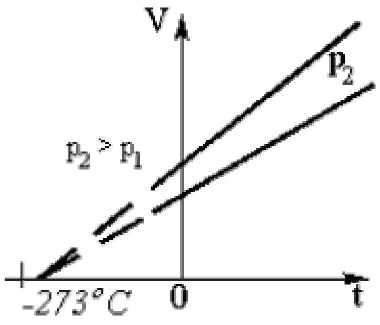
Определение: *Изопроцессами называются термодинамические процессы, происходящие в системе с постоянной массой при каком- либо одном постоянном параметре состояния.*

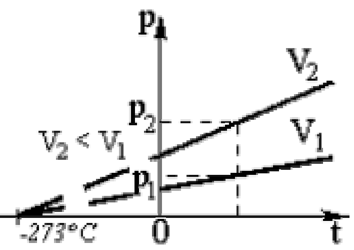
Изотермический при $T = const$: $p_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$.

Изохорный при $V = const$: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

Изобарный при $P = const$: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.







Определение: *Адиабатическим называется термодинамический процесс, который происходит в системе без теплообмена с внешними телами.*

Примерами адиабатических процессов являются все быстротекущие термодинамические процессы: детонация рабочей смеси во всех типах двигателей внутреннего сгорания, горение топлива в турбореактивных двигателях и т.д. Скорость протекания данных процессов настолько велика, что потерями на теплообмен можно пренебречь.

Определение: *Функциями состояния называются физические величины, характеризующие состояние системы, независящие от вида процессов происходящих в системе, и определяемых значениями параметров начального и конечного состояний системы.*

§ 27. Уравнение состояния идеального газа

Определение: *Идеальным газом называется газ, молекулы которого не взаимодействуют друг с другом на .*

Определение: *Уравнением Клайперона называется соотношение, справедливое для постоянной массы идеального газа:*

$$\frac{p\cdot V}{T}=const.$$

Определение: *Молярной массой любого тела называется физическая величина, равная отношению массы тела к количеству n молей, которое в нём содержится:* $m = m/n$, ® $n = m/m$; $m = 10^{-3}$ х m/m_o , *где* m - *масса молекулы данного тела,* m_o - *масса одной двенадцатой массы атома углерода.*

Определение: *Молярным объёмом называется физическая величина, равная отношению объёма газа к числу молей, содержащихся в газе:* $V_m = V/n$.

Уравнение состояния идеального газа одного моля pх $V_{\mu} = R$х T .

R – универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ *Дж/(К* х *моль)* .

Определение: *Уравнением Менделеева-Клайперона называется соотношение, справедливое для любого идеального газа:*

$$p\cdot V=\frac{m}{m}\cdot R\cdot T.$$

Постоянная Больцмана $k=\frac{R}{N_A}=1{,}38\cdot 10^{-23}\,Дж/K$.

Использование постоянной Больцмана, молярного объёма в уравнении Менделеева–Клайперона приведёт к следующему результату:

$$p\cdot n\cdot V_m=\frac{m}{m}\cdot R\cdot T\rightarrow p\cdot n=n\cdot k\cdot\frac{N_A}{V_m}\cdot T\rightarrow p=k\cdot n_0\cdot T$$

– эта формула также является уравнением состояния идеального газа, где n_0 – концентрация молекул идеального газа, т.е. их число в единице объёма. Применяя формулу плотности вещества получим ещё один вариант уравнения состояния идеального газа:

$$r=\frac{m\cdot p}{R\cdot T}.$$

§ 28. Основное уравнение кинетической энергии газов

Определение: *Основным уравнение кинетической энергии газов есть соотношение:*

$$p\cdot V=\frac{2}{3}\cdot W_{кин.}.$$

Это уравнение выполняется при $N = const$ – общее число молекул в газе, то есть при отсутствии химических реакций; газ может состоять из разнородных молекул.

$W_{кин.}=\sum_{i=1}^{N}\frac{m_i\cdot V_i^2}{2}$ – суммарная энергия поступательного движения молекул газа, находящихся в сосуде, где m_i – масса, а V_i – скорость «*i - ой*» молекулы.

Введём средне квадратичную скорость $V_{квадр.}$ поступательного движения молекул газа: $V_{квадр.} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} V_i^2}$.

Тогда $W_{кин.} = \frac{m_0}{2} \cdot N \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum V_i^2 = \frac{m_0 \cdot N \cdot V_{квадр.}{}^2}{2}$

Подставим данный результат в основное уравнение кинетической теории газов $p \cdot V = \frac{2}{3} \cdot W_{кин.} = \frac{1}{3} \cdot m_0 \cdot N \cdot V_{квадр.}^2 = \frac{1}{3} \cdot m \cdot V_{квадр.}^2$ (*), m – масса всего газа.

Сопоставим полученный результат с уравнением Менделеева–Клайперона:

$$\begin{cases} p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot m \cdot V_{квадр.}^2 \\ p \cdot V = \frac{m}{m} \cdot R \cdot T \end{cases}$$

$$\Rightarrow R \cdot T = \frac{1}{3} \cdot m \cdot V_{квадр.}^2 \Rightarrow V_{квадр.} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} ,$$

здесь использовалось полезное соотношение: $\frac{R}{m} = \frac{k}{m_0}$.

Связь давления, плотности газа и средней квадратичной скорости следует (*):

$$p = \frac{1}{3} \cdot r \cdot V_{квадр.}^2$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа:

$$< e >= \frac{W_{киню}}{N} = \frac{m_0 \cdot N \cdot V_{квадр.}^2}{2 \cdot N} = \frac{m_0 \cdot V_{квадр.}^2}{2} .$$

После подстановки явного выражения для средней квадратичной скорости, получим:

$$< e >= \frac{3}{2} \cdot k \cdot T .$$

§ 29. Закон распределения энергии по степеням свободы молекул

Определение: *Числом степеней свободы механической системы называется число независимых движений, которые она может совершать.*

Пример: Материальная точка имеет три степени свободы; две материальные точки, соединенные невесомым стержнем – пять степеней свободы; три материальные точки, соединенные невесомым стержнем – шесть степеней свободы.

Формулировка: *На каждую степень свободы молекулы в среднем приходится одно и тоже значение энергии равное* $\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$.

Следовательно, среднее значение энергии одной молекулы будет вычисляться по формуле: $<e>=\frac{i}{2}\cdot k\cdot T$. Число степеней свободы молекулы вычисляется по формуле:

$$i=i_{пост.}+i_{вращ.}+2\cdot i_{кол.}.$$

Множитель *«2»* у последнего слагаемого объясняется тем, что при любом колебательном движении происходят изменения кинетической и потенциальной энергии колебательного движения. Отсюда следует вывод, что как на кинетическую, так и на потенциальную энергии колебательного движения, приходится по одной степени свободы.

Идеальный газ – это достаточно разрежённый газ, поэтому колебательные движения молекул дают не существенный вклад в суммарное значение энергии газа, поэтому при изучении идеального газа, колебательными степенями свободы можно пренебречь.

§30. Внутренняя энергия термодинамической системы

Полная энергия любой системы состоит из кинетической энергии движения системы, как единого целого, потенциальной энергии во внешнем силовом поле и внутренней энергии системы.

$W_{полн.}=W_{кин.}+W_{пот.}+U$, где U - внутренняя энергия системы.

Определение: *Внутренней энергией термодинамической системы называется энергия, зависящая только от термодинамического состояния данной системы.*

В состоянии покоя и отсутствием взаимодействия с внешними силовыми полями, внутренняя энергия совпадает с полной энергией системы. Внутренняя энергия включает в себя кинетическую энергию всевозможных видов движения молекул системы и потенциальную энергию их взаимодействия между собой. Внутренняя энергия многоатомного газа состоит из следующих слагаемых:

А) Суммарная кинетическая энергия поступательного и вращательного движения всех молекул этого газа;

Б) Суммарная кинетическая и потенциальная энергии колебания атомов в молекулах;

В) Суммарная потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия;

Г) Суммарная энергия электронных оболочек атомов молекул;

Д) Суммарная потенциальная энергия взаимодействия нуклонов в ядрах атомов.

В процессах, где температуры не очень высоки пункты Г) и Д) не изменяют своих значений, т. е. данный вид энергии в термодинамических процессах можно не учитывать. Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния. Значение внутренней энергии в данном состоянии не зависит от того, с помощью какого процесса система пришла в это состояние, следовательно, изменение внутренней энергии при замкнутом процессе (система возвращается в исходное состояние) $DU=0$.

Для идеальных газов: $U=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{m}\cdot R\cdot T+c$, где с – некоторая постоянная.

Во всех процессах важно знать не само значение внутренней энергии, а её изменение, которое вычисляется по формуле: $DU=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{m}\cdot R\cdot DT$.

§31. Количество теплоты и термодинамическая работа

<u>Определение:</u> *Термодинамической работой называется способ передачи энергии с изменением внешних параметров системы.*

<u>Определение:</u> *Работой теплового расширения называется работа, совершаемая системой против внешнего давления.*

Элементарная работа теплового расширения:

$$dA=p\cdot dV$$

Полная термодинамическая работа:

$$A=\int_{V_1}^{V_2}p\cdot dV$$

<u>Определение:</u> *Количеством теплоты называется способ передачи энергии в результате теплообмена без изменения внешних параметров системы.*

Теплообмен может происходить тремя способами: теплопроводностью, конвекцией, излучением.

Термодинамическая работа и количество теплоты – это величины, которые характеризуют термодинамические <u>процессы</u>. При отсутствии процесса работа и теплота теряют смысл. Следовательно, не одна система не может «накопить» термодинамическую работу или количество теплоты.

§32. Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики является законом сохранения энергии для термодинамических процессов.

<u>Формулировка:</u> *Количество теплоты, поступающее в систему от окружающих тел, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение работы системой над окружающими телами.*

$Q=DU+A$

Если $Q>0$, то теплота поступает в систему.

Если $Q<0$, то теплота уходит из системы в окружающую среду.

Если $DU>0$, то внутренняя энергия системы возрастает.

Если $DU<0$, то внутренняя энергия уменьшается.

Если $A>0$, то работу совершает система над окружающими телами.

Если $A<0$, то окружающие тела совершают работу над системой.

Первое начало термодинамики для бесконечно малого термодинамического процесса:

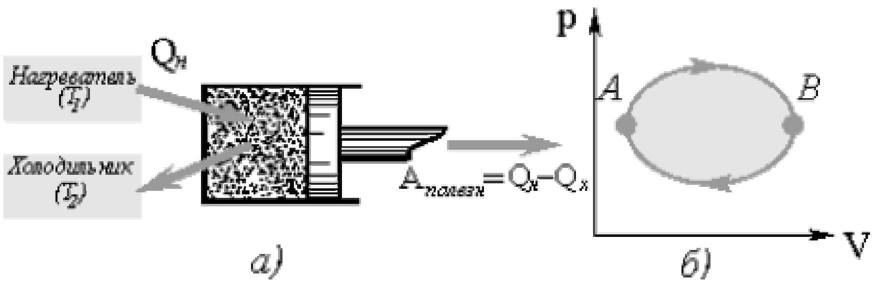
$$dQ = dU + dA$$

§32. Второе начало термодинамики

<u>Формулировка</u>: *Невозможен процесс, единственным и конечным результатом которого было бы полное преобразование теплоты в работу.*

Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$h = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} = \frac{A}{Q_n}$$



§33. Теплоёмкость

Все тела обладают способностью накапливать энергию, которая поступает к ним в форме теплоты при определённых условиях, тела отдают эту энергию также в форме теплоты. Данная способность тел называется *теплоёмкостью.*

<u>Определение:</u> *Теплоёмкостью называется скалярная величина, численно равная количеству теплоты, которое можно сообщить телу, чтобы его температура увеличилась на один градус.*

$$C = \frac{dQ}{dT}, \quad [C] = 1\frac{Дж}{К}$$

Данная величина неудобна в применении, т.к. зависит от массы тела, поэтому вводится удельная теплоёмкость.

<u>Определение:</u> *Удельной называется теплоёмкость одной единицы массы вещества.*

$$C = \frac{c}{m} = \frac{dQ}{m \cdot dT}, \quad [c] = 1\frac{Дж}{кг \cdot К}$$

Данная величина зависит от рода вещества.

<u>Определение:</u> *Молярной называется теплоёмкость одного моля вещества.*

$$C_m = \frac{c}{m} = \frac{dQ}{m \cdot dT}, \quad [C_m] = 1\frac{Дж}{моль \cdot К}$$

Связь между молярной и удельной теплоёмкостями: $C_m = m \cdot c$

Молярная теплоёмкость идеальных газов зависит от вида процессов, в которых этот газ участвует.

Адиабатный процесс: $dQ = 0 \Rightarrow C_Q = 0$

Молярная и теплоёмкость при адиабатном процессе равна нулю.

Изотермический процесс: $dT = 0 \Rightarrow C_T \to \infty$

Изотермический процесс в результате бесконечно длинного промежутка времени.

Изохорный процесс: $dV = 0 \Rightarrow C_V = \frac{i}{2} \cdot R$

Молярная теплоёмкость при изохорном процессе.

Изобарный процесс: $dp = 0 \Rightarrow C_p = \frac{i+2}{2} \cdot R$

Молярная теплоёмкость при изобарном процессе.

Формула Майера: $C_p = C_V + R$

МЕХАНИКА

Основные формулы

Скорость $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'$

Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{\upsilon}'$

Ускорение при криволинейном движении:

1) *нормальное ускорение* $a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$

2) *тангенциальное ускорение* $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$

3) *полное ускорение* $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

4) *модуль полного ускорения* $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

Угловая скорость: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

Угловое ускорение: $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$

Связь между линейными и угловыми величинами: $\upsilon = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R$

Импульс материальной точки: $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$
где m - масса материальной точки.

Основное уравнение динамики поступательного движения (II закон Ньютона) $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$

Формулы сил:

1) Сила *тяжести:*

g – ускорение свободного падения $\vec{F}_t = m\vec{g}$

2) Сила трения:

где μ - коэффициент трения, $F_{тр} = \mu N$

N - сила нормального давления;

3) Сила упругости: $F_y = -kx$

коэффициент упругости (жесткости),

x- деформация

Потенциальная энергия :

тела,*поднятого над Землей на высоту h* $W_p = mgh$

упруго деформированного тела $W_p = \dfrac{kx^2}{2}$

Кинетическая энергия поступательного движения материальной точки: $W_k = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$

Работа постоянной силы:

где α - угол между направлением силы *F* и направлением перемещения *S*. $A = FS\cos\alpha$

Полная механическая энергия: $W = W_k + W_p$

Момент инерции тел массой m относительно оси, проходящей через центр инерции (центр масс):

1) *тонкостенного цилиндра (обруча)* $I_0 = mR^2$

где *R* - радиус,

2) *сплошного цилиндра (диска)* $I_0 = \dfrac{1}{2}mR^2$

3) *шара* $I_0 = \dfrac{2}{5}mR^2$

4) *стержня длиной l, если ось вращения перпендикулярна стержню и проходит через его середину* $I_0 = \dfrac{1}{12}ml^2$

Момент инерции тела относительно произвольной оси (теорема Штейнера):

где I_0- момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, *d* - расстояние между осями. $I = I_0 + md^2$

Момент силы(модуль):

где *l* - плечо силы. $M = Fl$

Основное уравнение динамики вращательного движения:

где $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение , $\vec{M}$ - момент силы. $I\vec{\varepsilon} = \sum_i \vec{M}$

Момент импульса: $L = m\upsilon r$

1) *материальной точки относительно неподвижной точки*

где r - плечо импульса,

2) *твердого тела относительно неподвижной оси вращения*

$$L = Iw$$

Кинетическая энергия вращательного движения:

$$W_k = \frac{Iw^2}{2}$$

Работа при вращательном движении

$$A = M\Delta j$$

где *Δφ* - изменение угла поворота.

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A\sin(wt + j\ )$$

где *x* - смещение (отклонение) колеблющейся величины от положения равновесия;

А - амплитуда;

ω - круговая частота;

t - время;

j - начальная фаза;

$wt + j$ – фаза колебаний .

Связь между периодом и круговой частотой:

$$T = \frac{2p}{w}$$

Частота:

$$v = \frac{1}{T}$$

Связь круговой частоты с частотой:

$$w = 2p\,v$$

Полная энергия колебаний:

$$W = \frac{1}{2}mw^2A^2$$

ТЕРМОДИНАМИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Основные формулы

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона) :

$$PV = \frac{m}{m}RT$$

где P - давление газа;

V - его объем;

T - термодинамическая температура (по шкале Кельвина);

R - газовая постоянная

m - масса вещества;

μ - молярная масса.

Количество вещества:

$$v = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{m}$$

где N - число молекул;

N_A - число Авогадро (число молекул в 1 моле вещества).

Закон Дальтона для смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

где *p* - давление смеси газов;

p_i - давление *i*-го компонента смеси (парциальное давление);

n - число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = \frac{2}{3} n E_{cp}$$

$$n = \frac{N}{V}$$

где n - концентрация молекул:

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$E_{cp} = \frac{3}{2} kT$$

где k - постоянная Больцмана:

T - температура.

Скорость молекул

средняя арифметическая:

$$u_{cp} = \sqrt{\frac{8RT}{pm}}$$

средняя квадратичная:

$$u_{cp.кв} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Внутренняя энергия идеального газа:

где i - число степеней свободы

(i = 3 - для одноатомного газа, i = 5 - для двухатомного газа, i = 6 - для трехатомного газа).

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{m} RT$$

Работа расширения газа при процессе:

1) *изобарном (изобарическом) (p = const):*

$$A = P(V_2 - V_1)$$

2) *изотермическом (T=const):*

$$A = \frac{m}{m} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Первое начало термодинамики:

где Q - количество теплоты, подводимое к системе;

ΔU - изменение внутренней энергии;

A - работа, совершаемая системой против внешних сил.

$$Q = \Delta U + A$$

Удельная теплоемкость:

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

Молярная теплоемкость:

молярная теплоемкость изохорная

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

молярная теплоемкость изобарная

$$C_P = \frac{i+2}{2} R$$

Изменение энтропии при переходе из состояния 1 в состояние 2:

где dQ - элементарное тепло,

T - термодинамическая температура.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Примеры решения задач

Задача 1. Радиус-вектор зависит от времени по закону $\vec{r} = 5t^3 \cdot \vec{i} + 2t^2 \vec{j} + 6t \cdot \vec{k}$, *м.*

Определить:

1. Зависимость скорости от времени $\vec{u}(t)$;
2. Зависимость ускорения от времени $\vec{a}(t)$;
3. Модуль векторов скорости и ускорения в момент времени $t = 5$ *с*;
4. Модуль вектора перемещения за десятую секунду движения.

Решение:

j Так как <u>любой</u> вектор в пространственной декартовой системе координат может быть записан в виде:

$$\vec{r} = r_x \cdot \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \cdot \vec{k},$$

где r_x, r_y и r_z - декартовые составляющие вектора $\vec{r}$, $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ - орты (рис. 1).

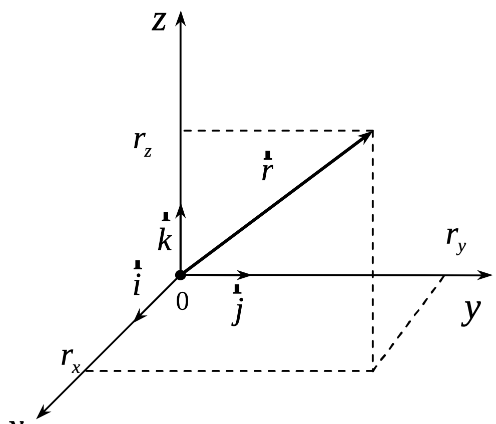


Рис. 1

Сравнивая общее выражение для $\vec{r}$ с данным в задаче, можем записать следующие кинематические уравнения движения:

$$r_x = 5t^3, \quad r_y = 2t^2, \quad r_z = 6t, \quad м. \qquad (\text{à})$$

Воспользуемся определением вектора скорости

$$\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{или} \quad u_x = \frac{dr_x}{dt}, \quad u_y = \frac{dr_y}{dt}, \quad u_z = \frac{dr_z}{dt}.$$

Тогда, после дифференцирования кинематических уравнений (**à**), получаем:

$$u_x = 15t^2, \quad u_y = 4t, \quad u_z = 6, \quad м/с \qquad (\text{à à})$$

(обратим внимание, что $u_z = const$)

Зависимость $\vec{u}(t)$ выглядит следующим образом:

$$\vec{u} = u_x \cdot \vec{i} + u_y \cdot \vec{j} + u_z \cdot \vec{k} = 15t^2 \cdot \vec{i} + 4t \cdot \vec{j} + 6 \cdot \vec{k}, \quad м/с.$$

Вектор $\vec{u}$ направлен по касательной к траектории (рис. 2).

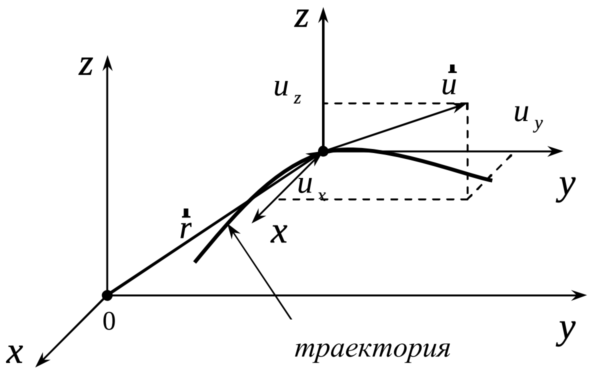


Рис. 2

k Повторное дифференцирование позволяет получить a_x, a_y и a_z, а значит и зависимость $\vec{a}(t)$.

Действительно, согласно определению вектора ускорения

$$\vec{a}=\frac{d\vec{u}}{dt} \text{ или } a_x=\frac{du_x}{dt},\ a_y=\frac{du_y}{dt},\ a_z=\frac{du_z}{dt}.$$

Тогда $a_x=30t$, $a_y=4$, $a_z=0$, $м/с^2$, (**à à à**)

и $\vec{a}=a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}+a_z\cdot\vec{k}=30t\cdot\vec{i}+4\cdot\vec{j}$, $м/с^2$.

l Выражения (**à à**) и (**à à à**) позволяют рассчитать декартовые составляющие векторов $\vec{u}$ и $\vec{a}$ в любой момент времени.
В момент времени

$$t=5\ с \quad \begin{cases} u_x=15\cdot 5^2=375\ м/с, & a_x=30\cdot 5=150\ м/с^2;\\ u_y=4\cdot 5=20\ м/с, & a_y=4\ м/с^2;\\ u_z=6\ м/с, & a_z=0. \end{cases}$$

Тогда модуль векторов $\vec{u}$ и $\vec{a}$ для $t=5\ с$:

$$|\vec{u}|=\sqrt{u_x^2+u_y^2+u_z^2}=\sqrt{375^2+20^2+6^2}=375{,}58\ м/с;$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}=\sqrt{150^2+4^2+0}=150{,}05\ м/с^2.$$

m Воспользуемся определением вектора перемещения: $\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$ (рис. 3).

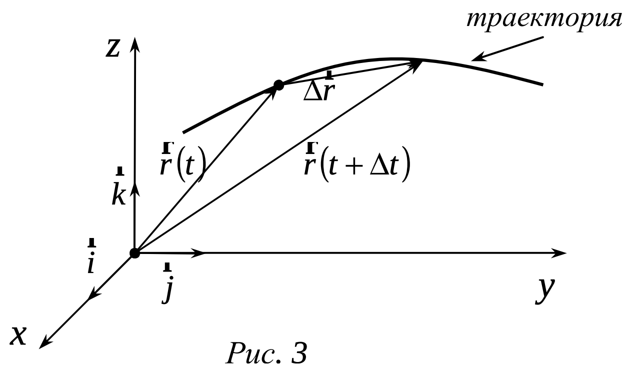


Рис. 3

За десятую секунду: $\Delta\vec{r}=\vec{r}(10\ с)-\vec{r}(9\ с)$.

Подставляя в выражение $\vec{r}(t)$ $t=9\ с$ и $t=10\ с$, имеем:

$\vec{r}(9\ с)=3645\cdot\vec{i}+162\cdot\vec{j}+54\cdot\vec{k}$, *м*,

$\vec{r}(10\ с)=5000\cdot\vec{i}+200\cdot\vec{j}+60\cdot\vec{k}$, *м*.

Тогда: $\Delta\vec{r}=1355\cdot\vec{i}+38\cdot\vec{j}+6\cdot\vec{k}$, *м*.

Зная Δr_x, Δr_y и Δr_z, находим

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{\Delta r_x^2+\Delta r_y^2+\Delta r_z^2}=\sqrt{1355^2+38^2+6^2}=1355{,}5\ м.$$

<u>*Ответ:*</u> **j** $\vec{u}(t)=15t^2\cdot\vec{i}+4t\cdot\vec{j}+6\cdot\vec{k}$;

k $\vec{a}(t)=30t\cdot\vec{i}+4\cdot\vec{j}$;

l $u=375{,}58\ м/с$, $a=150{,}05\ м/с^2$;

m $\Delta r=1355{,}5\ м$.

Замечание: Если в условии задачи даны зависимости $\vec{u}(t)$, $u(x)$ или $a(u)$, то основной частью решения такого рода задач является составленное на основе определения скорости и ускорения простейшего дифференциального уравнения (см. образец решения задачи 2).

Задача *2.* Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота по закону $w = a \cdot \sqrt{j}$, где a - положительная постоянная. В момент $t = 0$ угол $j = 0$. Через сколько времени после начала вращения нормальное ускорение будет равно тангенциальному?

Решение: Нормальное и тангенциальное ускорения при вращении можно вычислить по формулам:

$$a_n = w^2 \cdot R, \quad a_t = e \cdot R,$$

где R – радиус окружности, по которой движется точка, принадлежащая твердому телу.

По условию задачи, для искомого момента времени $a_n = a_t$, тогда

$$w^2 R = e R \text{ или } w^2 = e. \qquad (\text{à})$$

Таким образом, для решения задачи необходимо получить две зависимости: $w(t)$ и $e(t)$.

По определению $w = \dfrac{dj}{dt}$. Тогда, используя условие задачи, получаем простейшее дифференциальное уравнение

$$\frac{dj}{dt} = a \cdot \sqrt{j},$$

решением которого является зависимость $j(t)$.

Преобразуем уравнение так, чтобы левая часть представляла функцию j, а правая – функцию t: $\dfrac{dj}{\sqrt{j}} = a \cdot dt$.

Проинтегрируем обе части уравнения

$$\int \frac{dj}{\sqrt{j}} = \int a \cdot dt.$$

Используя таблицу интегралов, находим $2 \cdot \sqrt{j} = a \cdot t + const$.

Найдем $const$, используя начальные условия задачи, а именно, при $t = 0$ $j = 0$. Тогда $const = 0$ и $2 \cdot \sqrt{j} = a \cdot t$.

Итак, зависимость угла поворота j от времени t имеет следующий вид: $j = \dfrac{a^2 \cdot t^2}{4}$.

Далее, находим зависимость угловой скорости w от времени t:

$$w = \frac{dj}{dt} = \frac{a^2}{2} \cdot t.$$

Используя определение углового ускорения e, имеем:

$$e = \frac{dw}{dt} = \frac{a^2}{2}.$$

Обратим внимание на то, что угловое ускорение не зависит от времени. Следовательно, твердое тело вращается <u>равноускоренно</u>.

Используем равенство (à) для нахождения искомого момента времени:

$$\left(\frac{a^2}{2}\cdot t\right)^2 = \frac{a^2}{2}, \qquad \frac{a^2}{2}\cdot t^2 = 1 \quad ð \quad t = \frac{\sqrt{2}}{a},\ c.$$

<u>*Ответ:*</u> $t = \frac{\sqrt{2}}{a},\ c$.

<u>Задача</u> *<u>3.</u>* На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30^0, находится брусок массой 5 *кг*. К этому бруску с помощью нерастяжимой и невесомой нити, перекинутой через блок, привязан брусок такой же массы. Коэффициент скольжения между бруском и наклонной плоскостью 0,05. Определить ускорение брусков и силу натяжения нити.

<u>*Дано:*</u> $m_1 = m_2 = 5$ *кг*

$a = 30^0$

$m = 0,05$

<u>*Найти:*</u> *a, T.*

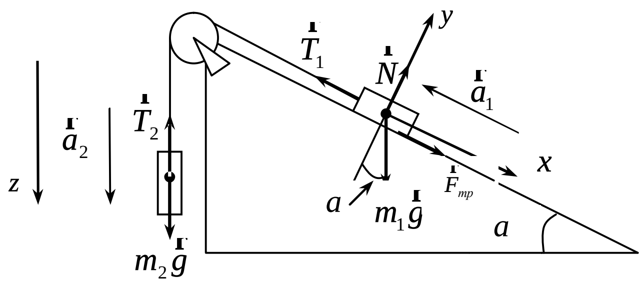


Рис. 3

<u>*Решение:*</u> Покажем на рисунке силы, действующие на каждый брусок. Запишем для каждого из брусков уравнение движения (второй закон Ньютона):

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{N} + m_1\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$$

В проекциях на выбранные оси координат:

ось *x*: $-T_1 + m_1 g \sin a + F_{тр} = -m_1 a_1$;

ось *y*: $N - m_1 g \cos a = 0$;

ось *z*: $m_2 g - T_2 = m_1 a_2$.

По закону Амонтона-Кулона $F_{тр} = m\cdot N$, где $N = m_1 g \cos a$. Так как нить нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$. Кроме того, из за невесомости нити и блока $T_1 = T_2 = T$. Имеем

$$\begin{cases} -T + m_1 g \sin a + m m_1 g \cos a = -m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a_2 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$m_2 g - T + T - m_1 g \sin a - m m_1 g \cos a = m_2 a + m_1 a,$$

$$g \cdot \left(m_2 - m_1 \sin a - m m_1 \cos a \right) = a \left(m_1 + m_2 \right).$$

Искомое уравнение равно

$$a = \frac{g \cdot \left(m_2 - m_1 \sin a - m m_1 \cos a \right)}{m_1 + m_2}.$$

Вычислим ускорение a:

$$a = \frac{9{,}8 \cdot \left(5 - 5 \cdot \sin 30^0 - 0{,}05 \cdot 5 \cdot \cos 30^0 \right)}{5 + 5} = 2{,}24 \ {}^{м}\!/_{с^2}.$$

Силу натяжения нити найдем из второго уравнения системы:

$$T = m_2 g - m_2 a = m_2 \left(g - a \right),$$

$$T = 5 \cdot \left(9{,}8 - 2{,}24 \right) = 37{,}8 \ Н.$$

<u>*Ответ:*</u> $a = 2{,}24 \ {}^{м}\!/_{с^2}$, $T = 37{,}8 \ Н$.

<u>***Задача** 4.*</u> a -частица массой m, летящая со скоростью u_0, испытывает упругое столкновение с неподвижным ядром массы M и летит под углом 90^0 к первоначальному направлению (см. рис. 4). Определить скорость a -частицы $\vec{u}$ и ядра $\vec{u}$ после столкновения.

<u>*Решение:*</u> В данном случае мы имеем дело с абсолютно упругим ударом (АУУ) – так называется столкновение тел, в результате которого их внутренние энергии не меняются. Для описания упругого удара можно применять как закон сохранения импульса, так и закон сохранения механической энергии:

$$\begin{cases} m\vec{u}_0 = m\vec{u} + M\vec{u} \\ \dfrac{mu_0^2}{2} = \dfrac{mu}{2} + \dfrac{Mu^2}{2} \end{cases}$$

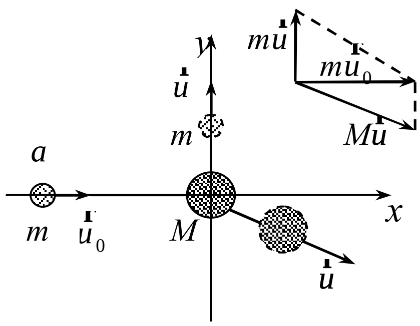


Рис. 4

Т.к. $m\vec{u}_0 \perp m\vec{u}$ по условию задачи, то можно воспользоваться теоремой Пифагора

$$\left(m\vec{u}_0 \right)^2 + \left(m\vec{u} \right)^2 = \left(M\vec{u} \right)^2.$$

Тогда система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \left(mu_0 \right)^2 + \left(mu \right)^2 = \left(Mu \right)^2 \\ mu_0^2 = mu^2 + Mu^2 \end{cases}$$

Решая ее, находим

$$u = u_0 \cdot \sqrt{\frac{M - m}{M + m}}, \quad u = \frac{mu_0}{M} \cdot \sqrt{\frac{2M}{M + m}}.$$

<u>*Ответ:*</u> $u = u_0 \cdot \sqrt{\dfrac{M - m}{M + m}}$, $u = \dfrac{mu_0}{M} \cdot \sqrt{\dfrac{2M}{M + m}}$.

<u>***Задача** 5.*</u> В шар массой m_1, движущийся со скоростью u_1, ударяется другой шар массой m_2, догоняющий первый в том же направлении

со скоростью u_2 (см. рис. 5). Считая удар абсолютно неупругим, найти количество выделившегося тепла при взаимодействии шаров.

Решение: Для описания АНУ применяется закон сохранения импульса, а также закон сохранения энергии (закон сохранения механической энергии не выполняется).

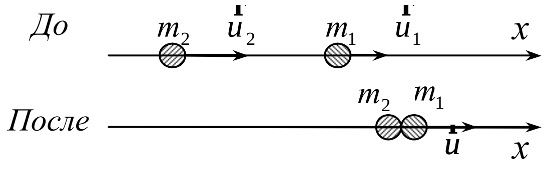


Рис. 5

$$\begin{cases} m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = (m_1 + m_2)\cdot\vec{u} \\ \dfrac{m_1u_1^2}{2} + \dfrac{m_2u_2^2}{2} = \dfrac{(m_1+m_2)\cdot u^2}{2} + Q \end{cases}$$

Закон сохранения импульса после проецирования на ось x имеет вид

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)\cdot u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}.$$

Выражение для нахождения Q принимает следующий вид

$$Q = \frac{1}{2}\left(m_1u_1^2 + m_2u_2^2 - (m_1 + m_2)\cdot u^2\right);$$

$$Q = \frac{1}{2}\left(m_1u_1^2 + m_2u_2^2 - (m_1 + m_2)\cdot\frac{(m_1u_1 + m_2u_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}\right);$$

$$Q = \frac{1}{2}\left(m_1u_1^2 + m_2u_2^2 - \frac{(m_1u_1 + m_2u_2)^2}{m_1 + m_2}\right).$$

Ответ: $Q = \dfrac{1}{2}\left(m_1u_1^2 + m_2u_2^2 - \dfrac{(m_1u_1 + m_2u_2)^2}{m_1 + m_2}\right).$

Задача *6.* В установке, показанной на рисунке 6, известны масса однородного сплошного цилиндра M, его радиус R и массы тел m_1, m_2 ($m_1 > m_2$). Трения в оси цилиндра нет. Найти:

1. Угловое ускорение цилиндра;
2. Ускорение поступательного движения грузов.

Решение: Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений.

j _Динамика поступательного движения грузов._

Запишем *II* закон Ньютона ($\sum\vec{F} = m\vec{a}$) для каждого груза

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$$

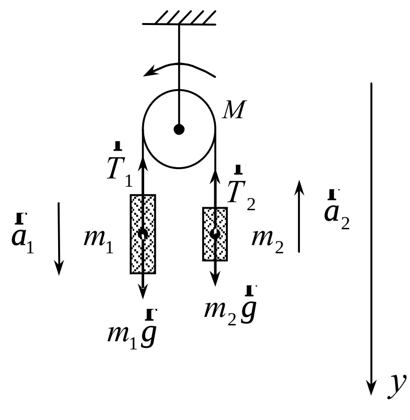


Рис. 6

где $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ - силы натяжения нитей.

Спроецируем векторные равенства на ось y:

$$\begin{cases} -T_1 + m_1 g = m_1 a_1 \\ -T_2 + m_2 g = -m_2 a_2 \end{cases}$$

Так как нить по умолчанию считается нерастяжимой, то $a_1 = a_2 = a$. Тогда

$$\begin{cases} T_1 = m_1 g - m_1 a \\ T_2 = m_2 g + m_2 a \end{cases} \qquad (1)$$

k <u>Динамика вращательного движения блока.</u>

Под действием двух моментов сил $M_1 = T_1' \cdot R$ и $M_2 = T_2' \cdot R$ относительно оси вращения *O*, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает постоянное угловое ускорение e.

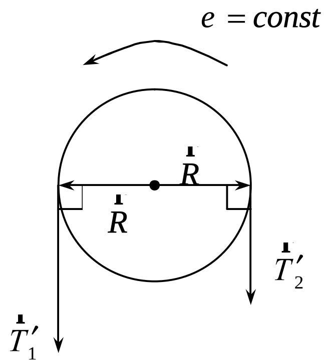


Рис. 7

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела $\left(\sum M_0 = I_0 \cdot e\right)$ для сплошного цилиндра

$$M_1 - M_2 = I_0 \cdot e\,,$$

где I_0 - момент инерции блока относительно оси вращения *O* и

$$I_0 = \frac{1}{2} M R^2 .$$

$$T_1' \cdot R - T_2' \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot e \quad ð \quad T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M R \cdot e \qquad (2)$$

Согласно *III* закону Ньютона $T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$. Воспользовавшись этим, объединим уравнения (1) и (2):

$$(m_1 g - m_1 a) - (m_2 g + m_2 a) = \frac{1}{2} M R \cdot e\,.$$

l При решении задач такого рода считают, что нить движется по блоку без проскальзывания. Тогда ускорения грузов a равны тангенциальному ускорению точек на ободе блока a_t, т.е. $a = a_t$, где $a_t = e \cdot R$.

Тогда $\quad m_1 g - m_1 a - m_2 g - m_2 a = \frac{1}{2} M \cdot a \quad ð \quad a = \dfrac{g \cdot (m_1 - m_2)}{1/2\, M + m_1 + m_2}$

$$\text{и } e = \frac{a}{R} = \frac{g(m_1 - m_2)}{R \cdot \left(1/2\, M + m_1 + m_2\right)} .$$

Следует отметить, что если массой блока пренебречь, то ускорение грузов $a = \dfrac{g \cdot (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$. Отсюда видно, что наличие у блока момента инерции приводит к замедлению системы.

Ответ: $a = \dfrac{g \cdot (m_1 - m_2)}{{}^1\!/_2 M + m_1 + m_2}$, $e = \dfrac{g(m_1 - m_2)}{R \cdot \left({}^1\!/_2 M + m_1 + m_2 \right)}$.

***Задача** 7.* Платформа в виде сплошного диска радиусом $R = 1{,}5$ *м* и массой $m_1 = 180$ *кг* вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n = 10$ $мин^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60$ *кг*. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек придет на ее край? Вычислить работу *А*, совершенную человеком в процессе такого перехода.

Решение: Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения *Z*, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса L_z системы «платформа-человек» остается постоянным:

$$L_z = I_z w = const, \qquad (1)$$

где I_z - момент инерции платформы с человеком относительно оси *Z*;

w - угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы. Поэтому

$$I_z = I_1 + I_2,$$

где I_1 и I_2 - моменты инерции платформы и человека.

С учетом этого, равенство (1) примет вид

$$(I_1 + I_2)w = const \quad \text{или}$$

$$(I_1 + I_2)w = (I_1' + I_2')w', \qquad (2)$$

где значения моментов инерции I_1 и I_2 относятся к начальному состоянию системы; I_1' и I_2' - к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси *Z* при переходе человека не изменяется:

$$I_1 = I_1' = \frac{m_1 R^2}{2}.$$

Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции I_2 в начальном положении (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном положении (на краю платформы момент инерции человека

$$I_2' = m_2 R^2.$$

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($w = 2p\,n$) и конечной угловой скорости ($w' = 2p\,n'$):

$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0 \right) \cdot 2p\,n = \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2 \right) \cdot 2p\,n'.$$

После простых преобразований находим

$$n' = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} \cdot n \, ,$$

$$n' = \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} \cdot 10 = 6 \ \text{мин}^{-1} \quad \text{или} \quad n' = 0{,}1 \ c^{-1} \quad (n = 0{,}17 \ c^{-1}).$$

Используя закон сохранения механической энергии, имеем

$$A = \left| E_{k2} - E_{k1} \right| ,$$

где $E_k = \dfrac{I_{сист} \cdot w^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения системы.

$$A = \left| \frac{(I_1' + I_2') \cdot w'^2}{2} - \frac{(I_1 + I_2) \cdot w^2}{2} \right| ;$$

$$A = \frac{\left| \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2 \right) \cdot (2p\, n')^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0 \right) \cdot (2p\, n)^2 \right|}{2} ;$$

$$A = \frac{\left| (2p\, R)^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) \cdot n'^2 - \frac{1}{2} m_1 n^2 \right) \right|}{2} ;$$

$$A = \frac{\left| (2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5)^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 180 + 60 \right) \cdot 0{,}1^2 - \frac{1}{2} \cdot 180 \cdot 0{,}17^2 \right) \right|}{2} = 49 \ Дж .$$

<u>*Ответ*:</u> $n' = 6 \ \text{мин}^{-1}$, $\quad A = 49 \ Дж$.

<u>***Задача** 8.*</u> Материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси *x*. Через $t = 0{,}1 \ c$ от начала движения смещение точки от положения равновесия $x = 5 \ см$, проекция вектора скорости $u_{1x} = 62 \ {см}/{c}$, проекция вектора ускорения $a_{1x} = -540 \ {см}/{c^2}$. Найти:

1. Амплитуду колебаний *A*;
2. Циклическую частоту w;
3. начальную фазу колебаний j_0.

<u>*Решение*:</u> Напишем закон движения материальной точки для гармонического колебания вдоль оси *x*

$$x = A \sin (wt + j_0) .$$

Законы изменений проекций скорости u_x и ускорения a_x со временем могут быть найдены следующим образом:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = Aw \cos (wt + j_0) ;$$

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -Aw^2 \sin\left(wt + j_0\right).$$

Тогда для момента времени $t = t_1$

$$\begin{cases} x_1 = A\sin\left(wt_1 + j_0\right) \\ u_{1x} = Aw\cos\left(wt_1 + j_0\right) \\ a_{1x} = -Aw^2 \sin\left(wt_1 + j_0\right) = -w^2 \cdot x_1 \end{cases}$$

Таким образом, циклическая частота $w = \sqrt{-\frac{a_{1x}}{x_1}} = \sqrt{-\frac{-5{,}4\ ^{м}\!/_{с^2}}{5\cdot 10^{-2}\ м}} = 10{,}4\ с^{-1}$.

Далее возведем в квадрат уравнения для x_1 и u_{1x} и сложим их :

$$\begin{cases} x_1^2 = A^2 \sin^2\left(wt_1 + j_0\right) \\ u_{1x}^2 = \left(Aw\right)^2 \cos^2\left(wt_1 + j_0\right) \end{cases}$$

$$x_1^2 + u_{1x}^2 = A^2 + \left(A \cdot w\right)^2.$$

<u>Замечание:</u> при сложении уравнений воспользовались основным тригонометрическим тождеством $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Отсюда $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{u_{1x}^2}{w^2}} = \sqrt{\left(5\cdot 10^{-2}\ м\right)^2 + \frac{\left(0{,}62\ ^{м}\!/_{с}\right)^2}{\left(10{,}4\ с^{-1}\right)^2}} = 7{,}8\cdot 10^{-2}\ м$.

Период колебаний $T = \frac{2p}{w} = 0{,}6\ с$.

Для того, чтобы определить начальную фазу колебаний j_0, осуществим преобразования

$$x_1 = A\sin\left(wt_1 + j_0\right) = A\sin\left(\frac{2p}{T}t_1 + j_0\right) = A\sin\left(\frac{2p}{6}t_1 + j_0\right),$$

$$\frac{2p}{6} + j_0 = \arcsin\left(\frac{x_1}{A}\right) = \arcsin 0{,}64 \quad ð \quad j_0 = -\frac{p}{9}\ рад.$$

<u>*Ответ:*</u> $A = 7{,}8\cdot 10^{-2}\ м$, $w = 10{,}4\ с^{-1}$, $j_0 = -\frac{p}{9}\ рад$.

<u>***Задача** 9:*</u> Шарик массой $m = 20\ гр$ совершает гармонические колебания вдоль оси x с периодом $T = 2\ с$. В начальный момент времени шарик обладал энергией $E = 10^{-2}\ Дж$ и находился от положения равновесия на расстоянии $x_1 = 0{,}25\ м$. Написать уравнение движения шарика $x = x\left(t\right)$.

Решение: Полная энергия колеблющегося объекта *E*, независимо от его положения, определяется выражением

$$E = \frac{mw^2 A^2}{2}, \qquad \text{где } w = \frac{2p}{T}.$$

Откуда $A^2 = \frac{2E}{mw^2} = \frac{ET^2}{2p^2 m}$ **ð** $A = \frac{T}{p} \cdot \sqrt{\frac{E}{2m}}$

ð $A = \frac{2\ c}{3{,}14} \cdot \sqrt{\frac{10^{-2}\ Дж}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ кг}} = 0{,}32\ м.$

Искомое уравнение движения для гармонического колебания имеет вид

$$x = A\sin\left(wt + j_0\right) \quad \text{или} \quad x = A\sin\left(\frac{2p}{T}t + j_0\right).$$

При $t = 0 \quad x = A\sin j_0$. Тогда начальная фаза колебаний

$$j_0 = \arcsin\left(\frac{x_1}{A}\right) \text{ ð } \qquad j_0 = \arcsin\left(\frac{0{,}25\ м}{0{,}32\ м}\right) = 51^0 \approx 0{,}3p\ \ рад.$$

Таким образом, получаем уравнение колебаний шарика

$$x = 0{,}32 \cdot \sin\left(p \cdot t + 0{,}3 \cdot p\right),\ м,$$

Ответ: $x = 0{,}32 \cdot \sin\left(p \cdot t + 0{,}3 \cdot p\right),\ м.$

***Задача** 10.* В баллоне объемом $V = 10\ л$ находится гелий под давлением $p_1 = 1\ МПа$ и при температуре $T_1 = 300\ К$. После того, как из баллона было взято $m = 10\ г$ гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290\ К$. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение: Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \tag{1}$$

Где m_2 - масса гелия в баллоне в конечном состоянии;

M – молярная масса гелия;

R – молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление:

$$p_2 = \frac{m_2 RT_2}{MV}. \tag{2}$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу *m* гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \tag{3}$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{Mp_1V}{RT_1}. \qquad (4)$$

Подставив выражение массы m_1 в (3), а затем выражение m_2 в (2), найдем

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m\right)\frac{RT_2}{MV} \text{ или } p_2 = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Произведем вычисления по формуле (5), учитывая, что $M = 4\cdot10^{-3}$ $кг/моль$:

$$p_2 = \frac{290}{300}\cdot10^6 - \frac{10^{-2}}{4\cdot10^{-3}}\cdot\frac{8,31}{10^{-2}}\cdot290 = 3,64\cdot10^5 \ (Па).$$

Ответ: $p_2 = 0,364$ $МПа$.

***Задача** 11.* Баллон содержит $m_1 = 80$ $г$ кислорода и $m_2 = 320$ $г$ аргона. Давление смеси $p = 1$ $МПа$, температура $T = 300$ $К$. Принимая данные газы за идеальные, определить объем V баллона.

Решение: По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси.

По уравнению Менделеева-Клапейрона парциальные давления p_1 кислорода и p_2 аргона выражаются формулами:

$$p_1 = \frac{m_1RT}{M_1V}, \qquad p_2 = \frac{m_2RT}{M_2V}.$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2 \text{ или } p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V},$$

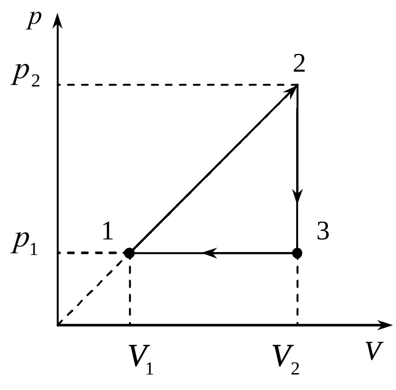
Откуда объем баллона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{p}.$$

Произведем вычисления, учитывая, что $M_1 = 32\cdot10^{-3}$ $кг/моль$, $M_2 = 40\cdot10^{-3}$ $кг/моль$.

$$V = \left(\frac{0,08}{32\cdot10^{-3}} + \frac{0,32}{40\cdot10^{-3}}\right)\frac{8,31\cdot300}{10^6} = 0,0262 \ (м^3) = 26,2 \ (л).$$

Ответ: $V = 0,0262 \ (м^3) = 26,2 \ (л)$.



***Задача** 12.* Гелий массой $m = 4$ $гр$ совершает цикл, изображенный на рисунке. Найти работу A, совершаемую газом за один цикл, количество теплоты, принятое от нагревателя Q_1 и переданное холодильнику Q_2 за цикл, КПД цикла, если $p_1 = 200$ *кПа*, $p_2 = 600$ *кПа*, $V_1 = 1$ *л*, $V_2 = 3$ *л*.

<u>*Решение:*</u> Определим количество вещества

$$n = \frac{m}{M} = 1 \text{ моль},$$

где $M = 4\ {}^{гр}\!/_{моль}$ – молярная масса гелия.

Рассмотрим каждый участок цикла отдельно.

(1-2): запишем первый закон термодинамики $Q_{12} = DU_{12} + A_{12}$. На данном участке давление пропорционально объему: $p = k \cdot V$, где $k = \dfrac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1}$.

Работа A_{12} определяется, исходя из изотермического смысла работы газа в координатной плоскости (p, V):

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = k\int_{V_1}^{V_2} VdV = k \cdot \left.\frac{V^2}{2}\right|_{V_1}^{V_2} = \frac{k}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \frac{1}{2}\left(p_2 - p_1\right)\left(V_2 + V_1\right)$$

$$A_{12} = \frac{1}{2}\cdot\left(600\cdot10^3 - 200\cdot10^3\right)\cdot\left(3\cdot10^{-3} + 1\cdot10^{-3}\right) = 800 \text{ Дж}.$$

$$DU_{12} = C_V \cdot n \cdot \left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}R \cdot n \cdot \left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}\left(n RT_2 - n RT_1\right),$$

где C_V - молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Воспользуемся уравнением состояния идеального газа $pV = nRT$, тогда

$$DU_{12} = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 2400 \text{ Дж},$$

где для одноатомного гелия число степеней свободы $i = 3$.

Тогда $Q_{12} = 2400 \text{ Дж} + 800 \text{ Дж} = 3200 \text{ Дж}$.

Так как $Q_{12} > 0$, то газ на этом участке получает от нагревателя теплоту.

(2-3): Так как $V = const$, то $A_{23} = 0$ и первый закон термодинамики принимает вид

$$Q_{23} = DU_{23},$$

где $DU_{23} = C_V n\left(T_3 - T_2\right)$;

$$DU_{23} = \frac{3}{2}\left(n RT_3 - n RT_2\right) = \frac{3}{2}\left(p_1V_2 - p_2V_2\right) = \frac{3}{2}V_2\left(p_1 - p_2\right) = -1800 \text{ Дж}.$$

$DU_{23} < 0$, значит внутренняя энергия уменьшается.

$Q_{23} = -1800$ *Дж*. Так как $Q_{23} < 0$, то газ на этом участке отдает теплоту холодильнику.

(3-1): $Q_{31} = DU_{31} + A_{31}$, $A_{31} = p_1(V_1 - V_2) = -400$ *Дж* (газ совершает «отрицательную» работу; его сжимают).

$$Q_{31} = C_p \cdot n \cdot (T_1 - T_3) = \frac{i+2}{2} R \cdot n \cdot (T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(n RT_1 - n RT_3) =$$

$$= \frac{5}{2}(p_1 V_1 - p_1 V_2) = \frac{5}{2} p_1 (V_1 - V_2) = -1000 \text{ Дж},$$

где C_p - молярная теплоемкость при постоянном давлении.

Так как $Q_{31} < 0$, то газ на участке 3-1 также отдает теплоту холодильнику.

Итого: $Q_1 = Q_{12} = 3200$ *Дж*,

$$Q_2 = |Q_{23} + Q_{31}| = 2800 \text{ Дж}.$$

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}125 \quad \text{или} \quad h = 12{,}5\ \%.$$

$$A_{цикл} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 400 \text{ Дж}$$

Замечание: используя геометрический смысл работы в координатной плоскости (*p*, *V*) видно, что работу за цикл можно рассчитать, определив площадь фигуры цикла (в нашем случае – это площадь треугольника).

Ответ: $A = 400$ *Дж*, $Q_1 = 3200$ *Дж*, $Q_2 = 2800$ *Дж*, $h = 0{,}125$.

***Задача** 13.* Двигатель работает как машина Карно и за цикл получает от нагревателя $Q_1 = 700$ *Дж* теплоты. Температура нагревателя $T_1 = 327\ {}^0C$, температура холодильника $T_2 = 27\ {}^0C$. Найти:

1. совершаемую за цикл работу;
2. количество теплоты, отдаваемое холодильнику.

Решение: Запишем формулу для КПД тепловой машины:

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

т.к. двигатель работает по циклу Карно, то $h = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Совершаемая газом работа за цикл $A = Q_1 - Q_2$. Тогда $h = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$,

$$A = Q_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где $T_1 = 327\ {}^0C = 600\ K$, $T_2 = 27\ {}^0C = 300\ K$.

$$A = 700 \cdot \frac{600 - 300}{600} = 350 \text{ (Дж)}$$

Количество теплоты $Q_2 = Q_1 - A = 700 - 350 = 350$ (*Дж*).

<u>*Ответ:*</u> $A = Q_2 = 350$ *Дж.*

***Задача** 14.* Один моль идеального двухатомного газа, находящегося в закрытом сосуде, охладили с $T_1 = 90\ ^0C$ до $T_2 = 40\ ^0C$. На сколько и как изменилась энтропия газа?

<u>*Решение:*</u> Запишем второй закон термодинамики в формулировке Клаузиуса

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

где dS – приращение энтропии.

По первому закону термодинамики, записанному для элементарного теплового процесса

$$dQ = dU + dA \quad \text{или} \quad dQ = dU + p \cdot dV.$$

Элементарное приращение внутренней энергии газа $dU = C_V \cdot n \cdot dT$, тогда

$$dQ = C_V \cdot n \cdot dT + p \cdot dV.$$

Для идеального газа молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

где i – число степеней свободы.

Из уравнения состояния идеального газа следует, что $p = \frac{nRT}{V}$. Тогда

$$dQ = C_V \cdot n \cdot dT + nRT \cdot \frac{dV}{V}.$$

После деления на абсолютную температуру T, имеем

$$\frac{dQ}{T} = C_V \cdot n \cdot \frac{dT}{T} + nR \cdot \frac{dV}{V},$$

$$dS = C_V \cdot n \cdot \frac{dT}{T} + nR \cdot \frac{dV}{V}.$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение, расставляя пределы интегрирования

$$\int_{S_1}^{S_2} dS = \int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot n \cdot \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} n \cdot R \cdot \frac{dV}{V},$$

$$S_2 - S_1 = C_V \cdot n \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} + nR \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Итого, приращение энтропии $DS_{12} = n \cdot \left(C_V \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} \right)$.

Замечание: Используя полученное выражение для DS_{12} и уравнение Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояний идеального газа, легко получить

$$DS_{12} = n \cdot \left(C_V \cdot \ln\frac{p_2}{p_1} + C_p \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} \right),$$

где C_p - молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении; $C_p = \frac{i+2}{2}R$.

Рассчитаем изменение энтропии газа, учитывая, что при закрытом сосуде $V_1 = V_2$.

$T_1 = 90\ {}^0C = 363\ K$, $T_2 = 40\ {}^0C = 313\ K$, $C_V = \frac{i}{2}R = \frac{5}{2}R$ (для двухатомного газа число степеней свободы $i = 5$)

$$DS_{12} = 1\ моль \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K} \cdot \ln\frac{313\ K}{363\ K} + 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K} \cdot \ln 1 \right) = -3,1\ \frac{Дж}{K}.$$

Ответ: энтропия газа уменьшилась на $3,1\ \frac{Дж}{K}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. **Кинематика материальной точки**

1.0. Радиус-вектор частицы определяется выражением: $\vec{r} = 4t^3 \cdot \vec{i} + 5t^3 \cdot \vec{j} + 8t^2 \cdot \vec{k},\ м$.

Вычислить:

1. Модуль перемещения частицы за вторую секунду движения;
2. Скорость частицы в момент времени $t = 3\ с$.

1.1. Материальная точка движется со скоростью

$$\vec{u} = 2t^2 \cdot \vec{i} + 3t \cdot \vec{j} + 4 \cdot \vec{k},\ {}^{м}\!/_{с}.$$

Найти:

1. зависимость радиус-вектора частицы от времени;
2. модуль ускорения частицы в момент времени $t = 3\ с$.

1.2. Точка движется в плоскости (XY) по закону: $x = a \cdot t$, $y = a \cdot t - b \cdot t^2$, где a, b - положительные постоянные.

Найти:

1. уравнение траектории точки; изобразить её график;
2. зависимость скорости точки от времени;
3. зависимость ускорения точки от времени.

1.3. Зависимость координат движения частицы от времени имеет вид $x = a \cdot \cos wt$, $y = a \cdot \sin wt$, $z = 0$, где $a,\ w$ - константы.

1. найти уравнение траектории частицы;
2. в каком направлении движется по траектории частица?
3. определить радиус-вектор $\vec{r}$, скорость $\vec{u}$ и ускорение частицы $\vec{a}$.

1.4. Частица движется в положительном направлении оси x так, что её скорость меняется по закону $u = a \cdot \sqrt{x}$, где a - положительная постоянная. В момент времени $t = 0$ координата частицы $x = 0$.

Найти:

1. зависимость скорости от времени, $u(t)$;
2. зависимость ускорения от времени, $a(t)$.

1.5. Частица движется, замедляясь, по прямой с ускорением, модуль которого зависит от её скорости по закону $a = a \cdot \sqrt{v}$, где a - положительная постоянная. В момент времени $t = 0$ начальная скорость частицы $u = 0$.

Найти:
1. путь, пройденный частицей до остановки;
2. время, за которое этот путь будет пройден.

1.6. Точка, принадлежащая твёрдому телу вращается вокруг неподвижной оси по закону $j = a \cdot t - b \cdot t^3$, где $a = 6\ {}^{рад}\!/\!_{с}$, $b = 2\ {}^{рад}\!/\!_{с^3}$.

Найти:
1. среднее значение угловой скорости за промежуток времени от $t = 0$ до остановки;
2. угловое ускорение в момент остановки.

1.7. Точка, принадлежащая ободу колеса, начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $e = a \cdot t$, где $a = 0.02\ {}^{рад}\!/\!_{с^3}$. Через сколько времени после начала вращения модуль вектора нормального ускорения точки твердого тела, двигающейся по окружности радиуса $R = 10\ см$, будет равен $a_n = 0{,}008\ {}^{м}\!/\!_{с^2}$?

1.8. Материальная точка вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота по закону $w = a \cdot \sqrt[3]{j}$, где a - положительная постоянная. В момент времени $t = 0$ угол $j = 0$.

Найти:
1. зависимость угловой скорости от времени, $w(t)$;
2. зависимость угла поворота от времени, $j(t)$.

1.9. Колесо радиусом $R = 0{,}1\ м$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени даётся уравнением $j = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2\ {}^{рад}\!/\!_{с}$, $C = 1\ {}^{рад}\!/\!_{с^3}$.

Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через 2 $с$ после начала движения следующие величины:
1. угловую скорость;
2. линейную скорость;
3. угловое ускорение;
4. тангенциальное ускорение;
5. нормальное ускорение.

2. **Законы Ньютона**

2.0. На наклонной плоскости лежит тело массой *M*. Коэффициент трения между телом и плоскостью m. Найти модуль силы трения, действующей на тело, в зависимости от угла наклона плоскости.

2.1. При каком коэффициенте трения человек сможет вбежать на гору высотой $H = 10$ *м* с углом наклона $a = 0,1$ *рад* за время $t = 10$ *с* без предварительного разгона?

2.2. Тело, пущенное вверх по наклонной плоскости, на подъём затрачивает в 2 раза меньше времени, чем на спуск. Найти коэффициент трения, если угол наклона плоскости $a = 45^{\circ}$.

2.3. На плоскости, образующей угол $a = 30^{0}$ с горизонтом, лежит шайба $M = 100$ *гр*. Какую минимальную силу надо приложить к шайбе в горизонтальном направлении, чтобы она сдвинулась? Коэффициент трения $m = 0,6$.

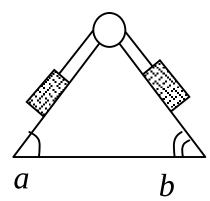
2.4. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг проходящей через его центр вертикальной оси с частотой $10\ ^{об}/_{мин}$. На каком расстоянии от центра диска может удержаться лежащее на диске небольшое тело, если коэффициент трения $m = 0,2$?

2.5. Небольшому телу $M = 1$ *кг* сообщают начальный импульс, в результате чего оно начинает поступательно двигаться по наклонной плоскости вверх с начальной скоростью $n_0 = 3\ ^{м}/_{c}$. Коэффициент трения между телом и плоскостью $m = 0,1$. Плоскость образует с горизонтом угол $a = 20^{0}$.

Определить:

1. на какую высоту поднимется тело;
2. сколько времени t_1 тело будет двигаться вверх до остановки;
3. сколько времени t_2 тело будет скользить вниз до исходного положения;
4. какую скорость имеет тело в момент возвращения в исходное положение.

2.6. Два одинаковых груза связаны между собой нитью, перекинутой через невесомый блок. Плоскости, на которых находятся грузы,



составляют с горизонтом углы a и b . Найти ускорение грузов и силу натяжения нити.
Коэффициент трения скольжения грузов о плоскости одинаков и равен m. При каком коэффициенте трения m_1 грузы будут находиться в покое?

2.7. Грузик соскальзывает с наклонной плоскости, образующей угол 60^0 с горизонтом, таким образом, что на первой половине пути трение отсутствует. Найти значение коэффициента трения на второй половине пути, при котором грузик остановится.

2.8. Шар массой 10 *гр*, объёмом 1 $см^3$ падает с постоянной скоростью в жидкости плотностью 1 $^{гр}\!/_{см^3}$. С какой силой нужно тянуть вверх шар, чтобы он поднимался с удвоенной скоростью? Считать силу сопротивления пропорциональной скорости шара.

2.9. Брусок находится на наклонной плоскости с углом наклона 60^0. Вверх параллельно наклонной плоскости ему сообщают скорость $u_0 = 10\ ^{м}\!/_{с}$. Через какое время скорость тела снова будет равна u_0? Коэффициент трения между телом и плоскостью $m = 0{,}1$.

3. **Законы сохранения энергии**

Задача: Две гладкие частицы сферической формы с массами m_1 и m_2, движущиеся со скоростями $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ сталкиваются друг с другом. В процессе ударного взаимодействия частиц исходные данные и искомые величины для каждого варианта задачи представлены в таблице.

Номер варианта	АУУ	АНУ	m_1	m_2	u_{1x}	u_{2x}	u_{1y}	u_{2y}	u'_{1x}	u'_{2x}	u'_{1y}	u'_{2y}	Q	u_x	u_y
3.0.	+	-	$2m^*$	$3m^*$	u^*	0	0	0	-	?	-	-	-	-	-
3.1.	-	+	m^*	$4m^*$	$2u^*$	0	0	$5u^*$	-	-	-	-	?	-	-
3.2.	+	-	m^*	$12m^*$	u^*	0	0	0	0	?	?	?	-	-	-
3.3.	+	-	$5m^*$	$6m^*$	$3u^*$	$-2u^*$	0	0	?	?	0	0	-	-	-
3.4.	-	+	$7m^*$	$3m^*$	0	0	$2u^*$	$-5u^*$	-	-	-	-	?	0	?
3.5.	+	-	m^*	m^*	$3u^*$	0	0	0	?	?	0	0	-	-	-
3.6.	-	+	$10m^*$	$4m^*$	$4u^*$	$-12u^*$	0	0	-	-	-	-	?	?	0
3.7.	-	+	$10m^*$	$4m^*$	$4u^*$	$12u^*$	0	0	-	-	-	-	?	?	0
3.8.	+	-	$2m^*$	$8m^*$	0	0	$-u^*$	0	0	0	?	?	-	-	-
3.9.	-	+	m^*	$4m^*$	u^*	$7u^*$	0	0	-	-	-	-	?	?	0

Примечание: $m^* = 100$ *гр*, $u^* = 10$ $^{м}/_{с}$;

АУУ – абсолютно упругий удар;

АНУ – абсолютно неупругий удар;

u_{1x}, u_{2x} (u_{1y}, u_{2y}) и u'_{1x}, u'_{2x} (u'_{1y}, u'_{2y}) – проекции векторов скорости тел на ось x (ось y) до и после взаимодействия;

Q – количество теплоты, выделяющееся при неупругом взаимодействии тел;

u_x (u_y) – проекция вектора скорости тел после неупругого взаимодействия на ось x (ось y).

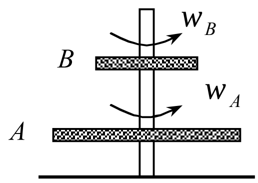
4. **Динамика и кинематика твердого тела**.

4.0. На барабан массой $M = 9$ $кг$ намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ $кг$. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

4.1. Шарик массой m прикреплен к концу веревки и вращается по окружности радиусом R_1 с постоянной угловой скоростью w_1. Во время движения шарика веревка укорачивается до $R_2 < R_1$. Определить угловую скорость движения шарика w_2.

4.2. По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз весом $9{,}81$ $Н$. На какое расстояние должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом получило скорость, соответствующую 60 $^{об}/_{мин}$? Момент инерции колеса со шкивом равен 0,42 $кг \cdot м^2$, радиус шкива 10 $см$.

4.3. Диск A вращается вокруг гладкой вертикальной оси с угловой скоростью w_A (см. рис.). На него падает диск B, вращающийся с угловой скоростью w_B. Вследствие трения между ними оба диска через некоторое время начинают вращаться как единое целое. Найти изменение кинетической энергии $DE_к$ системы тел, если моменты инерции дисков относительно оси вращения равны I_A и I_B соответственно.



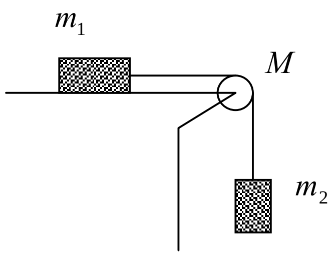
4.4. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массами $m_1 = 100$ $гр$ и $m_2 = 110$ $гр$. С каким ускорением будут двигаться грузики, если масса блока $m = 400$ $гр$?

4.5. На барабан массой $m = 5$ $кг$ намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1 = 10$ $кг$. Расстояние от груза до пола $S = 1{,}5$ $м$. За какое время груз опустится на пол из состояния покоя? Трением вертикальной оси барабана пренебречь. Барабан считать однородным цилиндром.

4.6. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 14$ $мин^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2 = 25$ $мин^{-1}$. Масса человека $m = 70$ $кг$. Определить массу платформы. Человека принять за точечный объект.

4.7. Горизонтальная платформа в виде сплошного диска массой $M = 100$ $кг$ и радиусом $R = 1,5$ $м$ вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 $^{об}/_{мин}$. На краю платформы стоит человек массой $m = 60$ $кг$. Какую работу он совершит перейдя в центр платформы. Человека считать точечным объектом.

4.8. В системе, показанной на рисунке, известны масса блока M (однородный цилиндр), массы тел m_1 и m_2, коэффициент трения m между телом m_1 и горизонтальной плоскостью. В момент времени $t = 0$ груз m_2 начинает опускаться. Скольжения нити и трения в оси блока нет. Найти ускорение поступательного движения грузов.



4.9. Горизонтальный диск массой 80 $кг$ и радиусом 1 $м$ вращается с частотой 20 $^{об}/_{мин}$. В центре диска стоит человек и держит в расставленных руках гири. Во сколько раз увеличится кинетическая энергия $E_к$ системы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $I_1 = 2,94$ $кг \cdot м^2$ до $I_2 = 0,98$ $кг \cdot м^2$.

5. **Гармонические колебания**.

Задача: Материальная точка совершает гармоническое колебание вдоль оси *x*. В процессе гармонического колебания частицы исходные данные и искомые величины для каждого варианта задачи представлены в таблице.

Номер варианта	*A*, *см*	*T*, *с*	w, c^{-1}	j_0, *рад*	$u_{\max}$, $см/с$	$a_{\max}$, $см/с^2$	*m*, *гр*	$x(t)$, *см*	$u_x(t)$, $см/с$	$a_x(t)$, $см/с^2$	$F_{\max}$, *Н*	$\frac{E_k}{E_n}(t)$	*E*, *мкДж*
5.0.	-	2	-	$p/3$	-	-	-	?	?	?	1500	-	30
5.1.	2	?	$p/2$	$p/4$	?	?	-	-	-	-	-	-	-
5.2.	5	?	$p/5$	$p/4$	-	-	10	-	-	-	?	-	?
5.3.	10	16	?	$p/6$	-	?	16	-	-	-	?	-	-
5.4.	2	-	?	0	-	-	40	-	-	?	-	? $t=\frac{T}{8}$	0,3
5.5.	?	2	-	$-p/4$	-	49,3	-	?	?	-	-	-	-
5.6.	?	2	-	-	-	-	10	-	-	-	?	-	100
5.7.	?	-	?	-	-	-	-	5	20	-80	-	-	-
5.8.	-	-	$2p$	0	6	-	8	?	-	?	-	-	?
5.9.	4	-	$10p$	$p/12$	-	-	2	-	-	-	-	? $t=\frac{T}{6}$	?

Примечание:
A – амплитуда колебаний;
T – период колебаний;
w - циклическая частота;
j_0 - начальная фаза;
$u_{\max}$ - максимальное значение скорости;
$a_{\max}$ - максимальное значение ускорения;
m – масса частицы;
$F_{\max}$ - максимальное значение силы, под действием которой точка совершает
гармоническое колебание;

$\frac{E_k}{E_n}(t)$ - отношение кинетической энергии частицы к ее потенциальной энергии в
определенный момент времени t;
E – полная энергия частицы.

6. **Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы.**

6.0. В баллоне объемом 10 *л* находится смесь, содержащая $m_1 = 10$ *гр* водорода, $m_2 = 54$ *гр* водяного пара и $m_3 = 60$ *гр* азота. Температура смеси 17 ^0C. Определить давление.

6.1. В сосуде вместимостью $V = 15$ *л* находится аргон под давлением 600 *кПа* и температуре 27 ^0C. Когда из сосуда было взято некоторое количество газа, давление понизилось до 400 *кПа*, а температура установилась 260 *К*. Определить массу аргона, взятого из сосуда.

6.2. Смесь кислорода и азота находится в сосуде под давлением 1,2 *МПа*. Определить парциальные давления газов, если массовая доля кислорода в смеси газов равна 20 %.

6.3. Баллон объемом $V = 20$ *л* заполнен азотом при температуре 127 ^0C. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 200 *кПа*. Считая процесс изотермическим, определить массу израсходованного азота.

6.4. Два сосуда равного объема содержат кислород. В одном сосуде давление 2 *МПа* и температура 800 *К*, в другом – 2,5 *МПа* и 200 *К*. Сосуды соединили трубкой и охладили до температуры 200 *К*. Определить установившееся давление.

6.5. В сосуде объемом $V = 40$ *л* находится кислород при температуре $T = 300$ *К*. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 200 *кПа*. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

6.6. Смесь водорода и азота общей массой $m = 290$ *г* при температуре $T = 600$ *К* и давлении 2,46 *МПа* занимает объем $V = 30$ *л*. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

6.7. Найти плотность r азота при температуре $T = 400$ *К* и давлении $p = 2$ *МПа*.

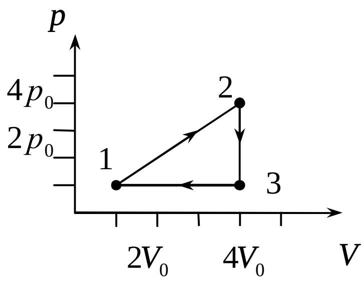
6.8. Смесь азота с массовой долей $w_1 = 87{,}5\ \%$ и водорода с массовой долей $w_2 = 12{,}5\ \%$ находится в сосуде объемом $V = 20\ л$ при температуре $T = 560\ K$. Определить давление p смеси, если масса m смеси равна 8 *г*.

6.9. В баллоне объемом $V = 22{,}4\ л$ находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до $p = 0{,}25\ МПа$, а температура не изменилась. Определить массу m гелия, введенного в баллон.

7. **Первый закон термодинамики**. **КПД цикла**.

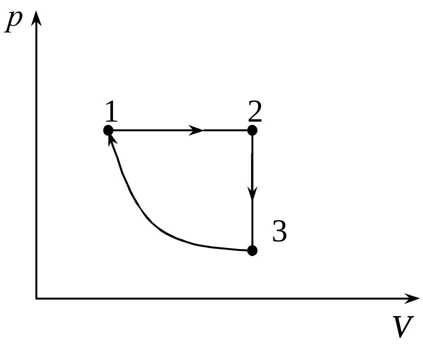
7.0. Один моль некоторого идеального газа нагрели при постоянном давлении на 72 *К*, сообщив ему $Q = 1{,}6\ кДж$ теплоты. Найти приращение его внутренней энергии.

7.1. Рабочим телом тепловой машины является одноатомный идеальный газ. Определите КПД тепловой машины, график цикла которого показан на рисунке.

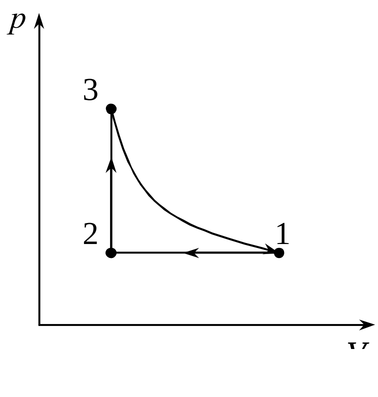


7.2. Определить количество теплоты, поглощаемой водородом массой $m = 200\ гр$ при нагревании от 0 до 100 ^0C при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.

7.3. На рисунке изображена диаграмма обратимого цикла, выполняемая одним молем одноатомного газа в тепловой машине. Найти КПД цикла и работу газа, совершаемую за цикл, если процесс 3-1 изотермический и протекает при температуре $T_1 = 200\ K$, а температура $T_2 = 400\ K$.



7.4. Кислород занимает объем $V_1 = 1\ м^3$ и находится под давлением $p_1 = 200\ кПа$. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3\ м^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 500\ кПа$.



Построить график процесса в координатах (p, V) и найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу.

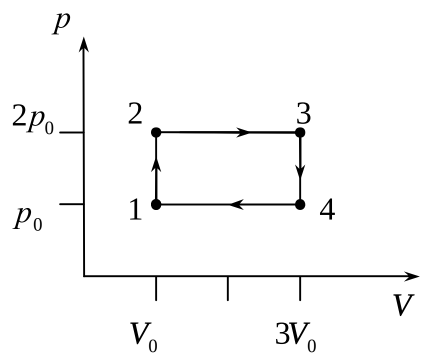
7.5. На рисунке изображена диаграмма обратимого цикла, выполняемая одним молем одноатомного газа в тепловой машине. Найти КПД цикла и работу газа, совершаемую за цикл, если процесс 3-1 изотермический и протекает при температуре $T_1 = 300\ K$, а температура $T_2 = 500\ K$.

7.6. При нагревании $m = 500\ гр$ газа на 10 K изобарически требуется на 1,48 *кДж* теплоты больше, чем при изохорическом нагревании. Что это за газ?

7.7. Двухатомный идеальный газ совершает прямой обратимый цикл, состоящий из двух изобар и двух изохор. Определить КПД цикла, если при изохорическом нагреве температура изменилась от 200 K до 400 K, а при изобарическом расширении объем газа увеличился в 2 раза.

7.8. Какое количество тепла надо сообщить азоту при изобарическом нагревании, чтобы газ совершил работу $A = 2\ Дж$.

7.9. Одноатомный идеальный газ совершает показанный на рисунке цикл. Определить КПД цикла.



8. Цикл Карно. Изменение энтропии газа.

8.0. Газ, совершающий цикл Карно, отдал холодильнику 67 % теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника T_2, если температура нагревателя $T_1 = 430\ K$.

8.1. Два моля кислорода сначала изобарно нагрели, при этом объем газа увеличился в 2 раза, а затем изохорно охладили, при этом давление уменьшилось в 2 раза. Определить изменение энтропии в ходе указанных процессов.

8.2. Газ, совершающий цикл Карно, отдал холодильнику 14 *кДж* теплоты. Определить температуру нагревателя, если при температуре холодильника 7 ^{0}C работа цикла 6 *кДж*.

8.3. Найти изменение энтропии при изобарическом сжатии 8 *гр* гелия от $V_1 = 25$ *л* до $V_2 = 10$ *л*.

8.4. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 3 раза выше температуры холодильника. Нагреватель передал газу 41,9 *кДж* теплоты. Какую работу совершил газ?

8.5. Во сколько раз следует изотермически увеличить объем 4 молей идеального газа, чтобы энтропия изменилась на 23 $Дж/К$?

8.6. В цикле Карно газ получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 500$ *Дж* и совершил работу $A = 100$ *Дж*. Температура нагревателя $T_1 = 400$ *К*. Определить температуру холодильника T_2.

8.7. Энтропия моля кислорода при температуре 25 ^{0}C и давлении 10^5 *Па* равна 204,8 $Дж/К$. В результате изотермического расширения объем газа увеличился в 2 раза. Определить энтропию кислорода в конечном состоянии.

8.8. Один моль идеального одноатомного газа, находящегося в закрытом сосуде, нагрели, увеличив температуру вдвое. Найти изменение энтропии.

8.9. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 *гр* водорода от $p_1 = 10^5$ *Па* до $p_2 = 0{,}5 \cdot 10^5$ *Па*.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Справочные материалы

Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с2
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль
Газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль К)
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$Кл
Масса электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$кг
Масса протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27}$кг
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$Дж с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К

Молярные массы некоторых веществ

Кислород (O_2)	μ = $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Водород(H_2)	μ = $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Азот(N_2)	μ = $28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Аргон (Ar)	μ = $40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Гелий (He)	μ = $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Воздух	μ = $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Углекислый газ	μ = $44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

Приставки, служащие для образования кратных единиц СИ

Приставка	Числовое значение	Обозначение	Приставка	Числовое значение	Обозначение
пико	10^{-12}	п	санти	10^{-2}	с
нано	10^{-9}	н	деци	10^{-1}	д
микро	10^{-6}	мк	кило	10^{3}	к
милли	10^{-3}	м	мега	10^{6}	М

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Названия букв
Α,α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η,	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега

Таблица производных и интегралов

Функция	Производная	Функция	Производная
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin x$	$\cos x$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\cos x$	$-\sin x$
x^n	nx^{n-1}	$tg\ x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
e^{nx}	ne^{nx}	$ctg\ x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
a^x	$a^x \ln a$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{u(x)}{u(x)}$	$\frac{uu'-uu'}{u^2}$	$arctg\ x$	$\frac{1}{1+x^2}$
		$arcctg\ x$	$-\frac{1}{1+x^2}$